



# Émergence des auto-oscillations dans un instrument de musique à anche simple

Fabrice Silva

## ► To cite this version:

Fabrice Silva. Émergence des auto-oscillations dans un instrument de musique à anche simple. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2009. Français. NNT: . tel-00456719v2

**HAL Id: tel-00456719**

**<https://theses.hal.science/tel-00456719v2>**

Submitted on 9 Apr 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PROVENCE - AIX-MARSEILLE I  
ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR :  
MÉCANIQUE, PHYSIQUE, MICRO ET NANOÉLECTRONIQUE (ED 353)

## THÈSE

Pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PROVENCE  
AIX-MARSEILLE I  
Discipline : Acoustique

Présentée et soutenue publiquement par

**Fabrice SILVA**

Le 7 décembre 2009

# Émergence des auto-oscillations dans un instrument de musique à anche simple

JURY :	Dr. José Antunes	Rapporteur
	Dr. Xavier Boutillon	Rapporteur
	Pr. Jean-Pierre Dalmont	Examineur
	Pr. Jacques André	Examineur
	Dr. Jean Kergomard	Directeur de thèse
	Dr. Christophe Vergez	Co-encadrant de thèse ( <i>invité</i> )
	Dr. Philippe Guillemain	Co-encadrant de thèse ( <i>invité</i> )



*A minhas avós. . .*

# Remerciements

Puisque ce sont les premiers mots de ce mémoire, commençons par le commencement. Si c'est depuis la mer que me sont parvenues mes premières images de Marseille qui m'ont donné envie d'y rester par un crépuscule de mois de novembre, je dois bien entendu mes premiers pas en acoustique musicale à Jean qui, après quelques instants de philosophie près du Palais Longchamp, nous avait montré que « la clarinette c'est comme jouer du violon au milieu » et que l'on peut « souffler dans une corde ». . . Émerveillé devant tant de magie, comment refuser de travailler à ses côtés ? Après quatre années (voire presque cinq) à étudier le pipeau à six schtroumpfs, je souhaite donc témoigner toute ma gratitude à mon directeur de thèse qui a su être l'antithèse de l'image du mandarin : une simplicité dans l'échange, une disponibilité pour les discussions scientifiques ou autres malgré les nombreuses activités au labo comme à la SFA, un humour toujours apte à susciter une réaction le plus souvent dans le bon sens, une grande rigueur scientifique, la (juste) part d'initiative qu'il laisse à ses doctorants. Comment ne pas parler de ces « petits calculs qui ne devraient pas prendre plus de une-deux semaines » et qui se finissent un ou deux trimestres plus tard (mon entêtement doit aussi y être pour quelque chose, j'imagine. . . )

Un chaleureux merci à Philippe qui a su me consacrer de nombreux après-midi pour rayonner et z-ifier (sans approximation aucune bien évidemment) au sacrifice de son HDR ou de sa carrière cinématographique (on le fait quand ce film sur le pipeau numérique ? ). Autour d'un barbecue, d'une table d'impact ou d'une cervoise tiède, son goût des jeux de mots ont toujours su être appréciés. Pour boucler ce tour du triumvirat directeur, un grand remerciement à Christophe qui a su prêter une oreille attentive, donner de bons conseils, s'enthousiasmer pour des choses qui avaient l'air simple de prime abord (combien d'heures passées sur  $\cos(0) = 1$  ?), et s'essayer à pas lents mais sûr en portugais. Puisque mon propos s'est déplacé du côté d'Alcatraz, l'endroit mystique d'où sortent d'étranges sonorités, comment ne pas remercier Didier, notre Claude Alègre de l'acoustique musicale (tu me permettras l'expression), avec son art de déceler les points litigieux, toujours enclin à se questionner soi-même et notre manière de faire (si tant est qu'on puisse la définir). Joker du triumvirat, merci pour ta disponibilité et ta capacité à supporter ma tendance à chercher les limites des outils que tu nous proposes. . .

Je suis reconnaissant envers les rapporteurs, pour l'intérêt et le temps qu'ils ont consacré à la lecture critique de ce document malgré leurs emploi du temps chargé durant ce mois de décembre (le mois de tous les pots de thèse), merci également aux autres membres du jury pour leur disponibilité à la fois lors de la soutenance mais aussi lors de toutes les rencontres précédentes où nous avons pu échanger. Merci à tous de m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail. Je tiens à exprimer ma gratitude envers les directions successives du LMA pour avoir accepté ma candidature et m'avoir donné les conditions de mener à bien cette étude ; envers Jacques André et la Filière Instrumentation de Saint Jérôme qui m'ont accueilli pour le monitorat ; et envers Bruno Cochelin et l'École Centrale Marseille pour le poste d'ATER qui m'a permis de finir sereinement.

Si j'ai pris tant de temps à achever cette thèse, la faute principale en incombe en grande partie à la bonne ambiance qui règne chez S2M et au LMA en règle générale. Un grand merci au grand chef indien, à Sølvi et ses leçons de norvégiens (*Mange takk*), Thierry pour son accueil toujours chaleureux et Michèle qui arrive à jongler avec toutes les demandes dont on la submerge, mais aussi à toutes les personnes cotoyées au cours de ces quatre années : Stefan, Alain et Jérôme du SERM, les Dr. Maure du labo, véritables chirurgiens de la bouche et des lèvres artificielles ; Fred, Erick et Cédric pour leur curiosité et leur disponibilité à monter de manip musicales (promis Cédric, pas d'anisette pour nettoyer la vitre anti-reflets) ; Martine et Bruno qui ont su accéder à mes lubies informatiques. Heureusement, pour compenser, j'ai eu le droit à des cobureaux au savoir-vivre général à la hauteur de leurs ponctuelles mauvaise foi et capacité à râler (pour ne pas citer de noms, Jon, Arnaud's, Sam, Adri) agréablement complétés par le Comité des Merguez et la fédération pongiste du GLM (en vrac Aude, Mitsu, Mat, MC, Thyb'ô Doumé, Adrien, Ana', Charle's, Seb ; Françoise, Piyo, Carole, Pierre ; Céline, Clément et Julie ; Julie<sup>2</sup>, Adrien<sup>3</sup>, Fab, JC ; la M2 team : Marie, Caro, Alex et Ben), moments de décompression à teneur fortement non professionnelle bien appréciés.

Puisqu'il y a une vie hors labo, le temps libre a du difficilement être partagé entre Will Be Bike et toute la troupe des artistes-peintres de la route (Ben, Charlotte, Pada, Laurette, Baptiste et Estelle ; France, Nico'touffe, Charlie et Manu), les squatteurs (officiels ou pas, long terme ou régulier) qui osaient s'aventurer au-delà du col de la rue Terrusse (Dine et Loul, Clem et Clem, Sandrine, Julio et Marie-Anne, Kate, Nicoloc, Vir, Nat, et bien sûr Bast et Mel), les affreux Marseillais qui s'étaient perdus en banlieue parisienne (Bellet, Elsa, Doumé, Casa et Mag, Vico, Riton, SuperJayce, Gus et les ramifications locales) et les batraciens de la Friche (Djilal, Oliv, Jo, Marianne). Mais la Provence a ses limites que dépasse l'amitié et qui ose même se manifester à la capitale. Qui peut se targuer d'avoir un pied-à-terre chaleureux et accueillant dans le 16ème et un autre avec vue sur le Collège de France et la Sorbonne ? Um imenso abraço à Mat, José, Seb et Anouck, LN et Piwi, Bland et Bourde, plus-très-ptit-Ben, Rico, Gab.

Les derniers mots vont tout droit à la sagrada familia aimée (certes à ma manière), qui depuis Toulouse, Vila Longa, Porto, Suisse et même Marseille m'a toujours accompagné, m'apportant le soutien nécessaire aux moments opportuns lors des pérégrinations provençales, notamment dans la dernière ligne droite. À l'approche de la grande traversée, c'est bien d'eux dont je ressentirai sûrement la distance. . .

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>I Modélisation</b>	<b>13</b>
<b>1 Revue bibliographique</b>	<b>14</b>
1.1 Des oscillations dans les instruments à vent . . . . .	14
1.2 Le corps de l'instrument : un résonateur acoustique . . . . .	15
1.2.1 La propagation dans l'instrument . . . . .	15
1.2.2 Mesures d'impédance d'entrée du corps de l'instrument . . . . .	18
1.2.3 Le conduit vocal du musicien . . . . .	19
1.2.4 Le monde extérieur : de l'instrument à l'auditeur . . . . .	19
1.3 L'anche . . . . .	20
1.4 L'écoulement entrant dans l'instrument . . . . .	22
<b>2 Modélisation et décomposition modale</b>	<b>24</b>
2.1 Problème . . . . .	24
2.1.1 Mécanique de l'anche . . . . .	25
2.1.2 Acoustique . . . . .	25
2.1.3 Écoulement . . . . .	26
2.2 Décomposition du champ de pression . . . . .	27
2.2.1 Expression compacte . . . . .	27
2.2.2 Recherche des pôles . . . . .	28
2.2.3 Calcul des résidus . . . . .	31
2.2.4 Expressions décomposées . . . . .	32
2.3 Exhaustivité de la recherche des pôles . . . . .	33
2.3.1 Non dédoublement des pôles du résonateur . . . . .	33
2.3.2 Existence d'un pôle supplémentaire . . . . .	34
2.4 Effet de la troncature de la décomposition modale . . . . .	39
<b>II Étude théorique et numérique des seuils d'oscillation</b>	<b>47</b>
<b>3 Seuils d'oscillation</b>	<b>48</b>
3.1 Analyse linéaire de stabilité : méthode . . . . .	49
3.1.1 Modèle utilisé . . . . .	50
3.1.2 Équation caractéristique du système linéarisé . . . . .	52
3.1.3 Stratégie de recherche des seuils . . . . .	54
3.2 Résultats de l'étude de stabilité . . . . .	57
3.2.1 Effet de la résonance d'anche . . . . .	57

3.2.2	Effet de l'amortissement de l'anche	58
3.2.3	Effet des pertes dans le tuyau	62
3.2.4	Facilité accrue pour une anche faiblement amortie	65
3.2.5	Effet de la résistance à l'écoulement dans le tuyau	66
3.2.6	Effet du débit d'anche	66
3.2.7	Effet du conduit vocal	68
3.3	Nature de la bifurcation	70
3.4	Conclusion	73

### **III Étude expérimentale sur bouche artificielle 75**

#### **4 Instrumentation de la bouche artificielle 76**

4.1	La bouche artificielle	77
4.1.1	La lèvre artificielle	79
4.2	Mesure de pression dans la bouche et dans le bec	79
4.3	Mesure de débit	81
4.4	Acquisition du mouvement de l'anche	82
4.4.1	Pastille piézo-électrique	82
4.4.2	Vibromètre laser	83
4.4.3	Capteur de déplacement	85
4.4.4	Montage optique de flux à travers le canal	86
4.5	Régulation de pression	90
4.5.1	Principe	90
4.5.2	Difficultés et solutions mises en œuvre	90

#### **5 Mesures de seuil d'oscillation 93**

5.1	Impédance d'entrée du résonateur acoustique	93
5.2	Caractéristique non linéaire débit-pression-ouverture	96
5.3	Caractérisation fréquentielle de l'anche	98
5.3.1	Excitation	99
5.3.2	Traitement des données	100
5.3.3	Méthode complémentaire utilisant les signaux de jeu	102
5.4	Estimation du débit d'anche	102
5.5	Mesure de seuils	104
5.5.1	Protocole de mesure	104
5.5.2	Mesure avec la lèvre de glycérine	104
5.5.3	Lèvre en mousse	106
5.5.4	Raideur de l'anche : gain petits signaux ou coefficient apparent	107
5.5.5	Équation corrigée des seuils d'oscillation	108

### **IV Étude du transitoire d'attaque 111**

#### **6 Calcul des auto-oscillations 112**

6.1	Introduction	112
6.2	Le solveur	114
6.3	Constitution du vecteur d'état et position du problème	115
6.4	Matrice jacobienne	118



6.5	Le cas de l'anche battante . . . . .	119
6.6	Détermination des conditions initiales . . . . .	120
6.7	Évolution temporelle des paramètres de contrôle . . . . .	122
<b>7</b>	<b>Simulations temporelles</b>	<b>124</b>
7.1	Modules complémentaires . . . . .	124
7.1.1	Reconstruction du champ de pression . . . . .	124
7.1.2	Stabilité linéaire – version modale . . . . .	126
7.1.3	Modes propres orthogonaux . . . . .	128
7.2	Variété des régimes obtenus . . . . .	129
7.3	Contenu spectral des composantes . . . . .	132
7.4	Influence de la vitesse d'établissement de la pression . . . . .	134
	<b>Conclusion</b>	<b>139</b>
<b>A</b>	<b>Impédance de rayonnement</b>	<b>144</b>
A.1	Résumé . . . . .	144
A.2	Introduction and results . . . . .	145
A.3	Calculation of the reference values . . . . .	145
A.3.1	Unflanged case . . . . .	145
A.3.2	Flanged case . . . . .	146
A.4	Model requirements . . . . .	147
A.4.1	Low frequency behaviour of the reflection coefficient . . . . .	148
A.4.2	Impulse response . . . . .	148
A.5	Approximate formulae and results . . . . .	148
A.5.1	Model ( $\nu$ , $\alpha$ ) . . . . .	149
A.5.2	Low order Padé approximant . . . . .	149
A.6	Relaxing the causality constraint . . . . .	151
A.7	Conclusion . . . . .	153
<b>B</b>	<b>Anche en dehors</b>	<b>154</b>
B.1	Résumé . . . . .	154
B.2	Introduction . . . . .	154
B.3	Modelling a striking outwards reed . . . . .	155
B.4	Characteristic equation . . . . .	156
B.5	Analytical approximation . . . . .	156
B.6	Numerical results . . . . .	157
B.7	Conclusion . . . . .	158
<b>C</b>	<b>Notations utilisées dans le manuscrit</b>	<b>161</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>164</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>167</b>
	<b>Résumé et abstract</b>	<b>180</b>

# Introduction

En mêlant la dimension artistique à la dimension scientifique, l'acoustique musicale a su attirer depuis l'Antiquité les plus grands noms des sciences, comme Pythagore, Helmholtz, Rayleigh et bien d'autres. . . Nombreux sont ceux qui ont cherché à comprendre comment les musiciens peuvent tirer de leurs instruments des sons mélodieux ou, au contraire, des sources de crispations pour l'auditoire. On trouve dans la mythologie grecque les premiers éléments de facture instrumentale :

*« Jadis cette déesse [Minerve] voulut imiter les affreux gémissements des Gorgones et les sifflements que poussèrent les serpents entrelacés sur leurs têtes, alors que Persée, les plongeant dans un deuil éternel, trancha la tête à Méduse leur troisième sœur et avec cet horrible trophée porta la mort dans la maritime Sériphé. [...] Cependant quand Pallas eut délivré de ces travaux périlleux le mortel cher à son cœur, elle inventa la flûte pour imiter par les sons de cet instrument les cris lugubres que de sa bouche effroyable poussait la féroce Euryale. Bientôt elle en fit présent aux mortels, et lui donna un nom qui leur rappela que ses sons belliqueux font mouvoir des peuples entiers, en donnant le signal des combats. Modifiés ensuite par l'airain et les joncs que produit le bois sacré du Céphise, près de la ville des Grâces, les accents mélodieux de la flûte présidèrent partout à nos danses et à nos concerts. »*<sup>1</sup>

Il va sans dire que les facteurs d'aujourd'hui trouveraient ces éléments peu exploitables dans leur ouvrage. Depuis, une longue route a été parcourue, et ces descriptions verbales ont été complétées par des analyses quantitatives en mesure d'aider le facteur d'instruments. Les résultats de recherches et de développements dans tous les domaines concernés par l'acoustique musicale ont permis d'élaborer des outils de caractérisation des matériaux et des propriétés acoustiques des structures manufacturées par les facteurs d'instruments. Des organismes comme l'*Institut Technologique Européen des Métiers de la Musique* (ITEMM), le *Centre de Transfert de Technologie du Mans* (CTTM) ou l'*Institut für Wiener Klangstil* (IWK) ont pour mission d'assurer le transfert de connaissance entre les laboratoires de recherche où progresse la compréhension des phénomènes physiques entrant en jeu dans la production du son, et les facteurs cherchant à rationaliser les procédés de fabrication. Des outils existent pour déterminer la réponse linéaire d'un résonateur réel à une excitation, pour reconstruire la perce d'un instrument ancien à partir de ce type de réponse, mais aussi, en amont de la fabrication, pour déterminer numériquement la position optimale des trous latéraux ou la forme de pavillons

Toutefois les mesures et les calculs effectués sur l'instrument seul ne suffisent pas à prédire le(s) son(s) que le musicien pourra en tirer. Celui-ci est une partie intégrante du processus de production sonore au même titre que l'instrument lui-même. C'est lui qui commande, qui tire les rênes, de manière consciente ou non comme l'illustre l'extrait suivant qui s'applique

---

1. Pindare, *Pythiques*, XII

au cas de la clarinette :

*« C'était avec le quatuor. Nous donnions un concert et l'un de nous s'est mis à siffler sur quelques attaques. Cela était très gênant et nous le regardions avec stupeur. Il a réussi, soit à changer l'anche de place où à changer d'anche, je ne me rappelle plus au juste, et le concert a repris son cours normal. Le bruit courait que les anches Vandoren avaient tendance à siffler. Mais je crois plutôt que cela venait d'une crispation inhabituelle. »<sup>2</sup>*

La justesse et le timbre dépendent en grande partie de la manière dont le musicien maintient son embouchure comme le montrent les nombreux travaux cherchant à caractériser les auto-oscillations des instruments à vent. L'embouchure (qui désigne à la fois le masque facial du musicien, le positionnement et l'effort de sa lèvre inférieure sur l'anche, la tension de la lèvre et la pression qu'il installe dans sa bouche) est alors un paramètre (ou plutôt un ensemble de paramètres) primordial du point de vue des sons obtenus. Ainsi le clarinettiste « *se tord la bouche pour jouer juste* »<sup>3</sup>. La question se pose alors de savoir quels sont les détails de la caractérisation du résonateur qui sont négligeables devant ce qui est dû à l'embouchure. Une autre manière de formuler la question est : jusqu'où est-il nécessaire d'aller dans la description de l'instrument isolé lorsque l'on cherche à prédire les qualités musicales d'un ensemble instrument-instrumentiste ?

L'anecdote de U. Delecluse soulève une autre question qui est celle de la participation de l'anche dans la production du son. La modulation qu'elle exerce sur le débit entrant, son rôle premier dans le mécanisme d'auto-oscillation, est bien connue. Si sa participation s'arrête à ce stade la plupart du temps, elle n'en reste pas moins un élément tout aussi « vivant » que la colonne d'air qui forme le résonateur acoustique, c'est-à-dire qu'elle dispose de résonances plus ou moins fortes en fonction de l'embouchure du musicien. Un manque de maîtrise de ce dernier et elle se comporte à la manière des lèvres du trompettiste ou des anches des tuyaux d'orgue à anche dont le rôle est beaucoup plus actif dans le son puisqu'elles guident l'oscillation et imposent leurs propres fréquences. Un tel réveil de l'anche se traduit alors sous la forme de *canards* ou de *sifflements*. L'anxiété de tout concertiste.<sup>4</sup>

Le présent document présente le travail qui tente de répondre à la question de l'implication de l'anche et de son comportement dynamique dans le processus de démarrage des auto-oscillations dans les instruments de musique à anche simple. Il a été réalisé au cours des quatre dernières années au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA, UPR CNRS 7051) dans l'équipe « Modélisation, Synthèse et contrôle des signaux sonores et musicaux » (ce qui se prononce « S2M » en patois provençal) et plus spécifiquement de l'Opération de Recherche « Physique des Instruments de Musique ». Il a été dirigé par Jean Kergomard (Directeur de Recherche CNRS) avec un encadrement actif de Philippe Guillemain et Christophe Vergez (Chargés de Recherche CNRS). Il s'inscrit dans la continuité de travaux antérieurs menés au sein du laboratoire, en particulier les thèses de Vincent Debut [58] et de Claudia Fritz [78] (soutenues en 2004) et en parallèle d'études menées dans des équipes en interaction forte avec S2M, les exemples les plus manifestes étant le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (notamment autour de Jean-Pierre Dalmont, Joël Gilbert et Bruno Gazengel), l'IRCAM (avec René Caussé et Thomas Hélie) et les équipes MN et SACADS au LMA. Cette thèse n'aurait pu voir une partie du travail effectué sans le soutien de l'Agence Nationale

2. Ulysse Delecluse, professeur de clarinette au Conservatoire de Paris de 1949 à 1978 [2].

3. Robert Fontaine, soliste de l'Orchestre Philharmonique de Radio France, en entretien avec V. Debut [58], à propos des problèmes de justesse de la clarinette

4. à l'exception de certains explorateurs des sonorités étranges, comme par exemple [Ned Rothenberg](#)

de la Recherche pour le projet Consonnes (CONtrôle et Synthèse de sONs Naturels Et Synthétiques) sur la période 2005-2009.

Après une **revue bibliographique** (Chap. 1), ce mémoire se divise en quatre grandes parties, ce découpage correspondant aux quatre questions traitées dans ce travail. Dans un premier temps (Chap. 2 **Modélisation et décomposition modale**), la modélisation qui sert de fil conducteur à l'ensemble du document est détaillée. Une originalité de cette partie concerne le problème acoustique : par rapport aux modèles canoniques de simples résonateurs cylindriques dissipatifs couramment utilisés par la communauté, une formulation nouvelle propose l'intégration des phénomènes de rayonnement vers le milieu extérieur et de débit d'anche dans le comportement du résonateur qui est associé à un modèle classique d'excitateur. Ceci permet d'aborder la question de l'influence du mouvement pulsatoire de l'anche et du débit acoustique ainsi généré sur les résonances du système passif qu'est ce résonateur augmenté.

Le chapitre 3 a pour objectif de valider la pertinence de la caractérisation du système passif par l'**étude théorique et numérique des seuils d'oscillation**. Par rapport aux travaux antérieurs abordant cette question (par exemple Wilson & Beavers [190]), le principal apport du travail de thèse est de fournir un formalisme unifié permettant l'étude sur le plan analytique et/ou numérique de l'influence de divers phénomènes comme l'amortissement de l'anche, les pertes dans le résonateur acoustique, la résistance à l'écoulement, le débit d'anche. Notamment, en précisant les pressions nécessaires à la mise en auto-oscillation, il complète les développements de Nederveen [141] qui s'est intéressé aux déviations en fréquence par rapport aux fréquences de résonance de la colonne d'air seule. D'un point de vue système dynamique, la nature de la bifurcation a été étudiée, étendant une partie des résultats de Grand et coll. [86] : la bifurcation peut être inverse sous certaines conditions concernant notamment la dynamique d'anche.

La comparaison des résultats théoriques obtenus dans le chapitre 3 a servi de prétexte à l'instrumentation de la bouche artificielle développée au LMA (Chap. **Bouche artificielle**), et a mené à une réflexion approfondie sur l'ouverture du canal d'anche, de son estimation et de la pertinence de cette mesure. Un autre point important concerne la mise au point d'un système d'asservissement de la pression dans la bouche artificielle. On devrait plutôt parler de systèmes au pluriel, car les différentes applications auxquelles ce banc d'essai expérimental est destiné ont des exigences très différentes du point de vue des spécifications. Pour l'automaticien, l'ensemble bouche-clarinette est une charge au comportement manifestant toutes les bizarreries possibles et inimaginables, le réglage universel d'une boucle de régulation s'avèrent alors impossible. Les conditions d'expérimentations ne nous ont pas laissé le loisir d'accéder à un certain nombre de paramètres des modèles utilisés dans les parties précédentes, ce qui nous a amenés à aborder la confrontation théorie-mesures de seuils d'oscillation sur des modèles qui ont été adaptés en conséquence (Chap. **Mesures de seuil d'oscillation**).

La dernière partie de cette étude concerne la mise au point d'un logiciel de **Calcul des auto-oscillations** (Chap. 6). Initialement écrit pour le cas des instruments de musique à anche simple, il repose sur la décomposition modale du résonateur acoustique, une fonction de dynamique d'anche et une relation de couplage fluide-structure. Il peut ainsi simuler n'importe quelle géométrie de guide d'onde dont on est en mesure de fournir l'impédance d'entrée, en considérant ou non le débit d'anche. La gestuelle du musicien est reproduite numériquement sous la forme de paramètres de contrôle variables au cours du temps. Son implémentation est détaillée au cours du chapitre 6. La formulation est suffisamment modulaire pour que des extensions soient possibles avec un effort minimal. Une première extension est une modélisation de l'anche avec des degrés de liberté supplémentaire : la simulation d'anches lippales devient alors accessible. De plus, la relation de couplage peut également être adaptée à moindre frais pour se rapprocher des modèles relatifs aux écoulements dans les anches doubles ou entre

les lèvres. Aucun effort n'est par contre nécessaire pour simuler un conduit vocal : puisque les impédances du résonateur et du conduit vocal sont en série, la décomposition modale de ce résonateur augmenté s'écrit directement. Outre le calcul des auto-oscillations, la formulation fournit quelques outils classiques de l'étude des systèmes dynamiques, notamment ceux reposant sur l'observation de la matrice jacobienne. Les premiers résultats utilisant ces outils sont présentés dans le chapitre [7](#).

**Première partie**

**Modélisation**

# Chapitre 1

## Revue bibliographique

L'acoustique musicale a fait depuis le XVIIIème siècle l'objet de nombreuses études. Déjà auparavant, de nombreux mathématiciens se sont intéressés à des problèmes de qualité sonore et de facture instrumentale ; les *Récréations mathématiques et physiques* de J. Ozanam [148] en fournissent quelques exemples. Avec une rigueur plus scientifique, les travaux précurseurs de Bernoulli [26] et Helmholtz [185] ont ouvert la voie en décrivant les mouvements d'une corde et d'une colonne d'air, jetant ainsi les bases des théories de la physique des instruments de musique. Les apports, d'une part, de la mécanique des solides et de la mécanique des fluides et, d'autre part, de la psychoacoustique ont contribué à une littérature abondante.

L'objet de ce chapitre est de présenter une revue bibliographique détaillée concernant les instruments de musique à anche simple afin d'aider le lecteur à relever les apports de ce manuscrit par rapport à l'état des connaissances à ce jour.

### 1.1 Des oscillations dans les instruments à vent

Les premières théories de la physique des instruments de musique reposent sur l'idée d'une onde stationnaire s'établissant dans une corde vibrante ou dans une colonne d'air. Les grands noms de la physique s'opposent au XVIIIème siècle sur les solutions de l'équation des ondes acoustiques. Par opposition aux constructions géométriques de Newton [142], Taylor [173] propose des solutions à variables séparées, le mouvement de la corde vibrante formant un motif spatial dont l'amplitude oscille au cours du temps. Pour sa part, d'Alembert [49] contribue en apportant des solutions en ondes propagatives telles que nous les connaissons aujourd'hui. Euler [69] y adjoint les conditions aux limites pour faire apparaître une onde stationnaire. C'est finalement D. Bernoulli [25] qui fait le lien entre ces théories en faisant le rapprochement entre les ondes stationnaires, et ce qui est désormais appelé décomposition modale, à savoir la somme des contributions à variables séparées. Lagrange en apporte la justification à partir de l'étude d'un ensemble de masses ponctuelles, jetant les bases de la décomposition en série de Fourier.

Les débats passionnés de l'époque interprètent déjà les sons émis par les tuyaux et les cordes en faisant une identification entre hauteur de la note et fréquences propres de l'instrument. D. Bernoulli associe la hauteur des sons émis par les tuyaux d'orgues en fonction de la manière dont sont terminés les tuyaux, c'est-à-dire des conditions aux limites. Dans ce cadre, le problème de la production du son dans cet instrument (le cas de la trompette marine, du hautbois et du violon sont également abordés) est alors vu comme un problème d'oscillations libres, sans que l'influence de la manière dont le musicien interagit avec l'instrument ne soit expliquée. Au cours du XIXème siècle, cette question de l'excitation des systèmes

résonnants se pose : Weber [188] puis Helmholtz [186] mettent en évidence que l'on ne peut avoir entretien de l'oscillation que s'il y a un apport régulier d'énergie pour compenser la perte de celle qui est transmise au milieu extérieur par les orifices ouverts. Ils déterminent qu'un transfert du musicien vers l'instrument ne peut avoir lieu que si l'ouverture du canal d'anche, et donc l'entrée d'un *courant d'air*, intervient au moment où règne une surpression dans le bec. Cette surpression est alors renforcée, et l'oscillation entretenue de manière à au moins compenser l'énergie rayonnée et celle dissipée par propagation dans le tuyau. Les développements mathématiques associés permettent à Weber de comprendre la distinction entre les principes de fonctionnement dans les instruments à anche sans tuyau (l'harmonica par exemple) et les instruments avec tuyau à partir d'une théorie commune. Il propose ainsi une explication à une question qui se pose alors : pourquoi, dans certaines conditions, le son émis par un orgue semble déterminé par le tuyau associé à la languette, alors que sous d'autres conditions le tuyau semble n'avoir que peu d'influence et servir uniquement de « porte-voix qui peut augmenter la force du son, mais non l'engendrer » [89] ? Bien que les travaux de Weber apportent une approche globale du couplage entre le résonateur et son excitation, l'étude des sons produits par un instrument reste l'étude de ses fréquences de résonance. Cette approche perdure encore en partie, une preuve étant l'abondante littérature sur les impédances acoustiques des différents instruments à vent et sur la manière d'y inclure les phénomènes supplémentaires sous forme de correction de longueur, comme le fait notamment Nederveen [141]. Cette connaissance sur les résonateurs est complétée par l'étude des vibrations de l'anche et de l'écoulement de l'air au niveau de l'anche, la synthèse de ces travaux aboutit au développement de théories des auto-oscillations par interaction non linéaire.

## 1.2 Le corps de l'instrument : un résonateur acoustique

Comme mentionné ci-dessus, pour les instruments qui font partie de la famille des vents, l'air compris dans le corps de l'instrument et à proximité des orifices ouverts forme ce que l'on nomme par la suite la *colonne d'air*. Si on exclut temporairement le musicien de la discussion, c'est un système passif dont les caractéristiques dépendent de la géométrie et des propriétés thermodynamiques du gaz qui le constitue.

### 1.2.1 La propagation dans l'instrument

En reprenant les hypothèses de l'acoustique linéaire c'est-à-dire par linéarisation des équations de comportement thermodynamiques et de conservation de la masse et de la quantité de mouvement autour de la position d'équilibre du fluide au repos (nous y reviendrons plus loin dans cette revue bibliographique), l'équation de propagation des ondes de pression en dehors des sources s'écrit :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} p(M, t) = c^2 \Delta p \quad (1.1)$$

où  $c$  est la célérité des ondes. Au vu des dimensions du résonateur et des longueurs d'onde qui nous intéressent, on supposera par la suite que la propagation se fait de manière unidimensionnelle avec des fronts d'onde plans dans le cas de cylindres (ou sphérique pour des cônes), en dessous des fréquences d'apparition des modes supérieurs de ce qui apparaît alors comme un guide d'onde.

La réponse acoustique du résonateur peut alors être caractérisée par son impédance d'entrée, c'est-à-dire la relation fréquentielle existant entre la pression et le débit dans une section



de référence, ici le «point d'entrée» de l'instrument. Cette grandeur traduit de nombreuses particularités :

**La perce :** c'est le profil intérieur de guide. Elle est fréquemment modélisée comme une succession de parties élémentaires de forme cylindrique ou conique. On sait relier facilement les valeurs de la pression et du débit aux deux extrémités de ces formes caractéristiques, à l'aide de la formulation en ligne de transmission. Les logiciels Resonans [1] et BIAS [3] tirent partie de cela pour calculer numériquement l'impédance d'entrée d'une géométrie à symétrie de révolution.

**Les perturbations géométriques :** le facteur d'instruments ne se contente pas d'usiner des cylindres ou des cônes qu'il assemblerait ensuite. Les instruments de la famille bois comportent des trous latéraux, un ou plusieurs trous de registre et un pavillon qui sont autant d'écarts à une géométrie strictement cylindrique ou tronconique qui modifient l'impédance d'entrée. Dubos *et coll.* [65] s'intéressent à la présence d'un trou latéral sur une colonne d'air, et Benade [20] modélise un ensemble de trous ouverts et/ou fermés. Debut [58] fournit une étude exhaustive de leurs effets sur les fréquences de résonance sous forme de corrections de longueur.

**Les échanges aux parois :** contrairement à ce qui est a été indiqué précédemment, les ondes de vitesse ne sont pas planes dans un guide cylindrique du fait du caractère visqueux de l'air en vibration et des variations thermiques au sein du champ acoustique. Il existe, par suite de la viscosité et de la conduction thermique, une couche limite qui va être le siège de dissipation localisée au voisinage des parois. L'importance de ces pertes est à relier au rapport des épaisseurs de cette couche limite aux dimensions caractéristiques du résonateur (le rayon dans le cas d'un cylindre). Plus le rayon est petit, plus les résonances et les antirésonances de l'impédance d'entrée ont un facteur de qualité faible. Une théorie détaillée est fournie par Kirchhoff [117].

**Le rayonnement vers l'extérieur de l'instrument :** les vibrations de la colonne d'air sont transmises au fluide situé à l'extérieur de l'instrument par les trous latéraux ouverts et par le pavillon. Si diverses études du rayonnement existent pour des géométries académiques (cas du piston plan, du tuyau infini avec ou sans écran traités par Levine & Schwinger [121], Nomura *et coll.* [144], Ando [9], Zorumski [192] ; Selamet *et coll.* [164] précise toutefois la validité des hypothèses faites pour ces géométries), peu de travaux portent sur des configurations proches du pavillon (Hélie & Rodet [103]) ou d'un trou latéral d'un guide cylindrique (Dalmont *et coll.* [56]). Kergomard [110] considère le rayonnement d'un ensemble de trous latéraux. L'existence d'au moins deux orifices rayonnant rend possible l'interaction externe en parallèle des ondes guidées [111].

La prise en compte de ces divers éléments a abouti à divers modèles d'impédances d'entrée de résonateur cylindrique :

**Modèle sans pertes :** en négligeant les phénomènes dissipatifs comme la viscosité du fluide, la conductivité thermique et le rayonnement, une expression basique de l'impédance d'entrée réduite (c'est-à-dire adimensionnée par l'impédance caractéristique  $Z_c$ , cf Chap. 2) d'un tuyau cylindrique ouvert est

$$\mathcal{Z}_e(\omega) = j \tan \left( \frac{\omega L}{c} \right) \quad (1.2)$$

qui présente des résonances infinies aux multiples impairs de la fréquence fondamentale  $c/4L$  et des antirésonances aux multiples pairs. Le coefficient de réflexion associé  $R(\omega) = -\exp(-2j\omega L/c)$  traduit le fait que, dans ce modèle, l'onde retour a subi une propagation sans atténuation sur une longueur  $2L$  et une réflexion parfaite sur une extrémité ouverte où la pression totale s'annule.

**Modèle de Raman :** Si l'on introduit dans le coefficient de réflexion un facteur d'atténuation  $\alpha$  indépendant de la fréquence ( $R(\omega) = -\exp(-2L(j\omega/c + \alpha))$ ), l'impédance d'entrée

$$\mathcal{Z}_e(\omega) = j \tan\left(\frac{\omega}{c} - j\alpha\right) L \quad (1.3)$$

dispose désormais de résonances finies d'amplitude  $\coth \alpha L \simeq 1/(\alpha L)$ . Ce modèle dit de Raman permet une interprétation de nombreux phénomènes [53].

**Modèle avec pertes visco-thermiques :** un raffinement du modèle précédent est la variation des pertes avec la fréquence. C'est le cas des échanges visco-thermiques aux parois qui peuvent être exprimés avec une impédance de la forme

$$\mathcal{Z}_e(\omega) = j \tan\left(\frac{\omega}{c} - j\alpha(\omega)\right) L, \quad (1.4)$$

$\alpha$  variant avec la fréquence (en  $\sqrt{\omega}$  pour une approximation basses fréquences) et pouvant être complexe, ce qui s'interprète physiquement comme la présence de dissipation et de dispersion lors de la propagation.

L'impédance d'entrée est toutefois une notion limitée pour la description du comportement du résonateur acoustique. D'autres phénomènes ne peuvent être inclus dans une relation linéaire entre pression et débit à l'entrée du conduit.

**Propagation non linéaire et cuivrage** L'équation (1.1) repose sur l'hypothèse de vibrations de petite amplitude. Toutefois, en cours de jeu, des niveaux acoustiques de l'ordre de 160dB peuvent être mesurés dans le bec. Il a été prouvé que des ondes de choc se forment lors de la propagation de tels niveaux : la célérité des ondes étant localement reliée à la masse volumique et la vitesse particulière pouvant être non négligeable, les surpressions se propagent plus vite que les dépressions, une accumulation se fait et des ondes de choc peuvent apparaître comme l'ont montré Hirschberg *et coll.* [99]. La longueur de propagation ne permet pas d'observer des ondes en « N » dans cet instrument et, selon Gilbert *et coll.* [84], la prise en compte de la propagation non linéaire dans la simulation des auto-oscillations n'apporte pas de différences perceptibles dans les sons générés.

**Autres phénomènes non linéaires** Ils peuvent apparaître de manière localisée notamment au niveau des trous latéraux. Nederveen [141] et Keefe [109] illustrent comment une diminution de la hauteur des trous latéraux rend l'émission d'une note difficile. Avec une approche mêlant mécanique des fluides et acoustique, Hirschberg *et coll.* [98] discute des effets de vortex au niveau des trous latéraux ouverts en présence d'un écoulement moyen. L'existence d'une relation non linéaire entre pression et vitesse à l'extrémité ouverte est mise en évidence par Atig [11, 12]. Plus récemment, des simulations numériques du champ de vitesse dans un guide d'onde avec cheminée latérale montrent comment l'écoulement moyen influe sur l'acoustique de la colonne d'air [124].

### 1.2.2 Mesures d'impédance d'entrée du corps de l'instrument

Divers dispositifs ont été élaborés pour obtenir expérimentalement l'impédance d'entrée. Il s'agit d'évaluer la relation fréquentielle entre pression et débit dans une section de référence. D'après Caussé *et coll.* [36], deux signaux mesurés  $s_1$  et  $s_2$  suffisent à la caractérisation d'un système linéaire, avec une relation entre l'impédance  $Z$  recherchée et la fonction de transfert  $H_{12} = s_2/s_1$  de la forme :

$$H_{12}(\omega) = R \frac{Z + \beta}{1 + Z\delta} \quad \Leftrightarrow \quad Z(\omega) = \frac{H_{12}/R - \beta}{1 - \delta H_{12}/R} \quad (1.5)$$

$R$ ,  $\delta$  et  $\beta$  sont les trois paramètres de calibration à déterminer à partir de charges bien connues. Il est possible de classer les systèmes de mesure selon les grandeurs exploitées [59] :

- une source de débit calibrée et un seul microphone [23, 50]
- avec une source quelconque, mesure de pression et de débit (par exemple au fil chaud, cf. [152],
- systèmes à deux microphones [44, 45, 82, 55].

D'un point de vue de l'excitation, plusieurs approches ont été mises en concurrence. Tout d'abord, l'injection d'un débit sinusoïdal pur assure la stationnarité de l'excitation et dans la mesure du possible celle du système. La détection synchrone permet d'extraire amplitude et phase de la fonction de transfert entre pression mesurée dans la section d'entrée du dispositif à caractériser et débit injecté pour chacune des fréquences enregistrées. C'est la méthode qui a été utilisée au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) avec un voltmètre vectoriel. Cette méthode peut s'avérer longue si le nombre de fréquences est grand, car elle nécessite que le régime stationnaire soit bien atteint pour chaque fréquence. À l'opposé, l'utilisation d'un bruit blanc excite de manière simultanée l'ensemble du spectre et des techniques de périodogramme permettent l'extraction de la fonction de transfert. Une alternative à mi-chemin de ces deux méthodes consiste à exciter le système à l'aide d'un sinus glissant parcourant (de manière instationnaire) la bande de fréquence voulue. Parmi les réalisations figurent les systèmes BIAS [108], l'*Acoustic Pulse Reflectometry* [87] ou le capteur du CTTM [55]. Contrairement aux méthodes fréquentielles évoquées ci-dessus, des techniques d'estimation de réponses temporelles ont été également utilisées, par exemple Agulló [5] estime la fonction de réflexion.

En dépit de l'apport des systèmes existants, deux questions restent encore ouvertes et qui posent les limites de la mesure d'impédance. La première concerne la mesure en basses fréquences. La plupart des systèmes acoustiques présentés ont une limite de mesure en basses fréquences de l'ordre de la dizaine de hertz. En-dessous, la séparation entre l'acoustique et la mécanique des fluides devient problématique, rendant difficile le raccordement aux théories acoustiques. Pourtant c'est un point qui ne peut être ignoré car il est lié à la valeur de la pression moyenne dans l'instrument et aux propriétés de l'écoulement entre la bouche du musicien et les ouvertures aval de l'instrument. Comment cette résistance à l'écoulement est-elle reliée aux modèles acoustiques de pertes ? Peters *et coll.* [149] apportent des éléments de réponse.

La seconde question concerne la définition de la section de référence, ce qui est considéré comme l'entrée du résonateur. À l'exception de [33] où débit et pression sont mesurés dans un bec réel, le bec est en général remplacé par un cylindre ayant le même rayon que le barillet et dont le volume géométrique est ajusté sur celui du bec [52]. La littérature est généralement peu explicite à ce sujet. C'est un point des mesures d'impédance qui peut s'avérer problématique, puisqu'il est nécessaire de faire l'interface entre un pont d'impédance

(généralement plan) et le bec de l'instrument (courbe pour obtenir un canal d'anche non fermé).

### 1.2.3 Le conduit vocal du musicien

Un des terrains actuels de recherche en acoustique musicale concerne l'influence du système respiratoire du musicien sur les différentes caractéristiques des auto-oscillations des instruments à anche. Outre sa fonction d'alimentation en pression, il peut également être le siège d'ondes acoustiques. Il forme en effet un second résonateur en série [22], qui concurrence le résonateur principal dans la production sonore. Dans les régimes de jeu usuels, ce dernier présente des résonances aux facteurs de qualité plus élevé et impose un de ses régimes d'oscillation. À l'exception de Backus [17] qui considère l'influence du conduit vocal négligeable, la communauté acoustique reconnaît que la prise en compte du conduit vocal est importante en particulier lors des effets subtils utilisés par les musiciens lors d'interprétations et aussi pour le registre *altissimo*. La capacité de l'instrumentiste à corriger l'intonation en est un premier exemple [41]. Mukai [140] souligne le fait que les musiciens expérimentés conservent la glotte relativement fermée en cours de jeu. Pour une glotte ouverte, le conduit vocal se termine au niveau des poumons et des bronches avec des résonances faibles. Au contraire, une glotte fermée contribue à une réflexion forte et des résonances plus fortes. Divers travaux ont visé à mesurer l'impédance du conduit vocal. La principale difficulté consiste à faire des relevés dans la même configuration qu'en cours de jeu : le système de mesure ne doit pas perturber le masque facial du musicien [22], ni la position de la langue et de la glotte [189], avec une contrainte de durée de mesure liée à la fatigue du sujet. Fritz [78] conclut à une faible variabilité du conduit vocal hormis dans le registre *altissimo* et pour les effets particuliers comme un *glissando* ou un *legato* entre registres. Scavone *et coll.* [161] parle d'un renfort des résonances faibles du résonateur par un conduit vocal rendu sélectif. Guillemain & Vergez [94] étendent ce résultat à une panoplie d'effets couramment utilisés, notamment par les saxophonistes.

Avec un objectif plus proche de la synthèse, Scavone & da Silva [160] s'intéressent au contenu spectral de la pression de bouche, et soulève la question de la limite des dispositifs actuellement utilisés pour contrôler les algorithmes de synthèse temps-réel.

Le lecteur désireux d'avoir une bibliographie détaillée concernant le conduit vocal et sa participation dans le jeu des instruments à vent peut se reporter à [78].

### 1.2.4 Le monde extérieur : de l'instrument à l'auditeur

Le champ rayonné par le corps de l'instrument est très faible pour les clarinettes usuelles en bois ou en métal, au moins 40dB en dessous du champ rayonné par les ouvertures [16]. Nief *et coll.* [143] montrent que le couplage entre la colonne d'air et le matériau constituant l'instrument est négligeable sauf pour des guides très fins et présentant initialement une légère ovalisation ; il en conclut que les vibrations de parois ne peuvent avoir que très peu d'influence sur le comportement de l'instrument et son rayonnement. Ehara & Yoshikawa [67] présentent des diagrammes de directivité pour des instruments de matériaux différents avec des différences ténues. Toutefois ses résultats montrent, pour le doigté de G3 (tous les trous sont ouverts), le rayonnement des trous latéraux ouverts théorique [110]. À un niveau supérieur, Otondo & Rindel [147] s'intéressent à l'interaction entre la source sonore et l'acoustique de la salle et souligne l'importance de la symétrie du diagramme de directivité sur l'homogénéité du son perçu dans la salle. Pour essayer de définir le « spectre de la clarinette » et comprendre ce qui fait qu'un auditeur reconnaît les sons produits par cet instrument,

Benade & Kouzoupis [24] imaginent un protocole où la source sonore (le musicien) et le récepteur (le microphone) se déplacent dans la pièce, espérant obtenir un spectre moyenné indépendant de l'acoustique de la salle.

### 1.3 L'anche

**Le matériau :** l'anche simple que l'on trouve sur les clarinettes et les saxophones est fabriqué à partir du roseau *arundo donax*, aussi appelée *canne de Provence* que l'on trouve notamment dans le Var, qui est fendu, après coupe et séchage naturel, en quarts de tube qui, selon le diamètre du roseau initial, serviront à confectionner anche de clarinette Sib ou basse, saxophone soprano ou ténor, etc. . . Le roseau, végétal, est un matériau orthotrope et hétérogène ce qui rend la prédiction de la déformation de l'anche particulièrement difficile [96]. Ses caractéristiques dépendent fortement de son humidité : d'après Marandas *et coll.* [127], l'anche sèche a un comportement visco-élastique, alors qu'après humification elle devient visco-plastique. Dalmont *et coll.* [54] identifie, pour une anche sèche (faite de roseau recouverte de plastique), deux constantes de temps lorsqu'elle est relâchée après avoir été plaquée contre le bec. La relaxation quasi instantanée se prolonge avec une constante de temps rapide ( $\sim 8$  sec) et une seconde bien plus longue ( $\sim 900$  sec) qui peut expliquer une hystérésis possible lors de mesures de l'élasticité de l'anche et que l'on peut limiter en plaquant un court temps l'anche contre le bec à la manière du musicien qui teste au pouce la souplesse de son anche. Le comportement peu prédictible de la lèvres accolée peut aussi être cause de l'hystérésis.

**Géométrie et contact avec la table du bec :** l'anche est plane (au diamètre des fibres du roseau près) sur la face tournée vers la colonne d'air, et taillée avec une épaisseur variable selon la longueur et la largeur sur la face présentée à la lèvre. Un constructeur [2] annonce un biseautage avec une précision au centième de millimètre. L'appui de la lèvre de l'instrumentiste réduit la distance entre la pointe fine de l'anche et le cordon du bec pour atteindre une fraction de millimètre selon la courbure donnée à la table du bec par le facteur. La différence de pression acoustique entre les deux faces déforme l'anche essentiellement au niveau de sa pointe où l'épaisseur est minimale. Une approximation quasi-statique dite de l'*anche sans masse* traduit cette dépendance de l'ouverture du canal d'anche à la différence de pression :

$$K_a(h(t) - h_0) = S_a \Delta p(t) \quad (1.6)$$

où  $K_a$  et  $S_a$  sont un coefficient élastique de l'anche et une surface effective sur laquelle s'exercent les pressions. En cours de jeu, deux configurations peuvent se produire :

- soit l'anche s'enroule sur la table jusqu'à se plaquer complètement sur le bec en cas de grandes déformations [83]. Le débit entrant s'annule alors [14, 136].
- soit la dynamique de l'anche fait que le contact avec la table se fait de manière ponctuelle au niveau de la pointe souple de l'anche [146]. L'air peut encore s'engouffrer par les ouvertures latérales avant qu'une pression buccale plus forte ne vienne plaquer complètement le canal.

Plusieurs auteurs se sont intéressés à cette question notamment en étudiant l'enroulement d'une poutre sur un profil donné afin d'en déduire des paramètres équivalents comme la raideur  $K_a$  d'une anche assimilée à une masse ponctuelle située au niveau de la pointe, et la surface  $S_a$  d'application des pressions. En repartant des travaux de Stewart & Strong [170], Gazengel [79] exploite analytiquement un modèle de poutre avec encastrement au niveau de la lèvre pour étudier la relation ouverture-pression qui devient non linéaire. Il exhibe des

géométries entraînant des comportements différents : une poutre d'épaisseur constante s'enroule sur une table de bec cylindrique, tandis qu'une anche d'épaisseur linéairement variable avec la distance à la pointe vient en contact d'abord sur un point intermédiaire avant de s'encastrer. De même, Avanzini & van Walstijn [13] trouvent numériquement la même chose avec une modélisation par éléments finis de l'anche en contact inélastique avec la lèvre inférieure.

**Comportement vibratoire :** La complexe mécanique de l'anche est souvent remplacé par un système plus simple au comportement équivalent. L'approximation basses fréquences d'*anche sans masse* devient insuffisante lorsque l'on s'intéresse aux registres supérieurs d'oscillation où les résonances de l'anche peuvent influencer sur la fréquence de l'onde sonore émise. Avanzini & van Walstijn [13] font l'inventaire des différentes actions s'exerçant sur l'anche :

- la résultante des forces de pression s'appliquant de part et d'autre de l'anche,
- une raideur apparente due à l'élasticité du roseau et à la lèvre inférieure du musicien,
- un amortissement provenant à la fois des forces de frottement visqueux de l'air déplacé par le mouvement de l'anche, de l'amortissement intrinsèque des fibres du roseau, mais surtout de la lèvre en contact avec l'anche.

Partant d'un modèle semblable, Lindevald & Gower [122] et Facchinetti *et coll.* [70] obtiennent numériquement et expérimentalement les modes de vibrations de l'anche seule (sans lèvre) puis avec un couplage avec la colonne d'air et un appui sur la lèvre. Gazengel *et coll.* [81] et Guimezanes [95] montrent l'importance du contact entre la lèvre et l'anche sur la fonction de transfert dynamique entre pression dans le bec et ouverture du canal : la lèvre amortit de manière spectaculaire la première résonance de l'anche qui se trouve dans la bande 1 – 1.5 kHz. Pinard & Laine [150] discutent de la qualité des anches à partir des résonances de l'anche, notamment les modes de torsion que Laloë et Taillard [118] ont visualisé, même si McGinnis & Gallagher [134] montrent que les résonances ont des fréquences bien supérieures aux fréquences de jeu et sont fortement amorties par une embouchure et un effort de lèvre que le musicien développe au cours de son apprentissage.

Du point de vue de la hauteur du canal et en ne tenant compte que de la première résonance, l'anche peut être assimilée à un oscillateur harmonique à un degré de liberté avec des paramètres mécaniques équivalents :

$$M_a \frac{d^2 h(t)}{dt^2} + R_a \frac{dh(t)}{dt} + K_a (h(t) - h_0) = S_a \Delta p(t) \quad (1.7)$$

Ce modèle, qui suppose la linéarité du comportement de l'anche, dépasse le cadre des petites oscillations. Van Walstijn & Avanzini [179] estiment ces paramètres à partir de simulations numériques réalisés avec un modèle de poutre. Ils aboutissent à une raideur qui reste sensiblement constante tant que l'anche n'est pas battante, ce qui rejoint les travaux de Gazengel [79] sur la relation non linéaire entre différence de pression et ouverture du canal. Boutillon & Gibiat [32] proposent une méthode d'estimation de la raideur des anches reposant sur l'énergie réactive avec l'hypothèse d'une *anche sans masse*. Wilson & Beavers [190] estiment les amortissement et pulsation propre équivalents par un simple essai de lâcher. Ce modèle, malgré sa simplicité, s'avère suffisant pour prédire des déviations de la fréquence d'oscillation par rapport aux fréquences de résonance du guide d'ondes acoustiques.

**Le rôle de l'anche dans le fonctionnement :** du fait de la présence d'une surpression dans la bouche, un écoulement s'établit dans l'ouverture entre la table et l'anche, cette dernière se déplaçant également sous l'effet de la pression. Lorsqu'un champ acoustique existe dans le

guide d'ondes, les oscillations de la pression dans le bec provoquent la variation de l'ouverture du canal et modulent ainsi le débit entrant à travers ce canal et par conséquent le transfert d'énergie de la source qu'est le musicien vers la charge qu'est la colonne d'air. Lorsqu'il se fait avec une synchronisation adéquate, le transfert d'énergie compense parfaitement les pertes dans le résonateur et entretient les auto-oscillations. L'anche joue ainsi le rôle d'une valve contrôlée par la pression dans le bec.

**Débit d'anche :** dans son rôle de valve, l'anche se déforme continûment et non juste au niveau de la pointe. Elle en déplace de ce fait une quantité d'air proportionnelle à son débattement, et il en résulte un débit pompé par l'anche, appelé par la suite *débit d'anche*. De manière imagée, prendre en compte le débit d'anche revient à considérer la valve comme une porte battante et non plus une porte coulissante. Thompson [176] définit une surface efficace  $S_d$  permettant d'associer le débit d'anche à la vitesse de la pointe :

$$U_a(t) = W \int_0^L \frac{dy(x, t)}{dt} dx = S_d \frac{dh(t)}{dt}. \quad (1.8)$$

Cette surface efficace dépend de la manière dont l'anche se déforme. Gazengel [79] fournit une expression de cette surface  $S_d$  dans le cas d'une anche d'épaisseur linéairement variable comme une fraction de la surface libre (non en contact avec la table du bec) de l'anche.

## 1.4 L'écoulement entrant dans l'instrument

Backus [15] effectue les premières mesures quasi-statique et en déduit empiriquement une modélisation par une loi de puissance de la relation entre le débit entrant  $U$ , la différence de pression entre bouche et bec  $\Delta p$  et la hauteur du canal  $h$  :

$$U \propto (\Delta p)^{4/3} h^{2/3}. \quad (1.9)$$

Ce modèle est réfuté par Hirschberg *et coll.* [100] au profit de la théorie de la formation d'un jet au niveau du bord de fuite du cordon (la paroi fixe du canal d'anche) et d'une dissipation de son énergie cinétique par turbulence sans recouvrement de la pression. La vitesse  $v$  du fluide entrant dans le bec peut être assimilée de manière acceptable [97] à celle donnée par l'équation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \Delta p \quad (1.10)$$

avec une section de jet proportionnelle à la hauteur du canal d'anche. Van Zon *et coll.* [182] confirment expérimentalement que le fluide se décolle des parois et qu'un jet se forme à nombre de Reynolds suffisant  $Re = \rho U W / \eta$  ( $\rho$  masse volumique,  $\eta$  viscosité dynamique et  $W$  largeur du canal). Si le jet qui se forme à la sortie du canal débouche dans un conduit au diamètre suffisamment grand, le recouvrement de pression par diminution de l'énergie cinétique du jet est négligeable. L'expérience de van Zon montre de plus que les fluctuations spatiales de pression dans le bec sont inférieures à 3% de l'amplitude des oscillations de pression, ce qui permet une mesure représentative de la pression dans le bec sans que le transducteur ne vienne perturber le jet.

Hirschberg *et coll.* [100] indiquent la possibilité d'une contraction du jet en cas d'arêtes vives à l'entrée du canal, à l'image de l'effet Borda (formation d'un jet en aval d'un diaphragme) [102]. En cas de canal court, ce phénomène de *vena contracta* entraîne un jet de section inférieure à la section du canal. Ceci a été observé par mesure Doppler de vitesse et



visualisation de l'écoulement [181]. Si la longueur  $L$  du canal est assez grande, le jet peut recoller aux parois [62], le modèle de Bernoulli sans *vena contracta* est alors valable avec une section supposée rectangulaire  $Wh$  :

$$U = Wh \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (1.11)$$

Un écoulement de Poiseuille peut commencer à s'y développer si le canal est suffisamment long. Lorsqu'il est pleinement établi, le débit est donné par :

$$U = \frac{Wh^3\Delta p}{12\eta L}. \quad (1.12)$$

Gilbert [83] et Maurin [131] posent les limites de ces deux modèles. Si la transition vers l'écoulement de Poiseuille n'est pas pleinement achevée, le modèle de Bernoulli (sans *vena contracta*) semble valide [182, 98]. L'influence de la courbure des bords d'attaque et de fuite du canal est étudiée numériquement par [48]. Celle de fuite peut modifier le point de séparation du jet, la section de celui-ci devenant plus grande que la section  $Wh$  du canal. Dans le cas extrême, la séparation ne se fait pas et l'instrument devient injouable car la pression de l'écoulement remonte en aval du canal (qui est alors une simple constriction) : le mécanisme de modulation du débit entrant par contrôle de la position de l'anche est impossible.

Les caractéristiques quasi-statiques mesurées par Dalmont *et coll.* [54] confirment que le modèle de Bernoulli avec une section de jet plus grande que la section rectangulaire du canal d'un facteur 1.2 est adéquat alors que Van Zon [181] estime un coefficient de *vena contracta* de l'ordre de 0.6 sur une géométrie 2D et Maurin [131] des valeurs entre 0.65 et 0.85 sur un bec de clarinette dont l'ouverture latérale du canal a été obstruée, contrairement à [54]. Dans chacune de ces études ce facteur de « contraction » reste constant sur une grande plage de valeurs de la hauteur du canal. D'après Valkering [178], le débit entrant peut s'accroître d'un facteur 1.5 du fait des ouvertures latérales du canal. Ceci souligne une des hypothèses de ce modèle de débit : la section par laquelle l'écoulement s'introduit dans le bec est supposée rectangulaire avec une largeur  $W$  constante et une hauteur  $h(t)$  variable. La prise en compte des ouvertures latérales donnerait une section différente qui pourrait expliquer le modèle proposé par Backus [15]. Des descriptions plus complexes existent dans le cas des anches doubles [7] et des lèvres des joueurs de cuivres [42].

Si les expériences confirment le modèle de Bernoulli quasi-statique, Hirschberg *et coll.* [100] indique que cette caractéristique débit-pression-hauteur reste correcte en oscillations. Hofmans traite d'abord le cas d'un écoulement à travers un diaphragme en présence d'acoustique [102], avant d'aborder celui des cordes vocales [101] dont le fonctionnement est proche de l'anche. Il constate que l'instationnarité joue sur le point où l'écoulement se sépare des parois. Gilbert a également cherché à observer l'aspect instationnaire du jet sans pouvoir conclure sur le besoin de compléter la caractéristique de débit.



## Chapitre 2

# Modélisation et décomposition modale

### Sommaire

---

#### 2.1 Problème

- 2.1.1 Mécanique de l'anche
- 2.1.2 Acoustique
- 2.1.3 Écoulement

#### 2.2 Décomposition du champ de pression

- 2.2.1 Expression compacte
- 2.2.2 Recherche des pôles
- 2.2.3 Calcul des résidus
- 2.2.4 Expressions décomposées

#### 2.3 Exhaustivité de la recherche des pôles

- 2.3.1 Non dédoublement des pôles du résonateur
- 2.3.2 Existence d'un pôle supplémentaire

#### 2.4 Effet de la troncature de la décomposition modale

---

## 2.1 Problème

On s'intéresse à une modélisation simplifiée des phénomènes intervenant dans le fonctionnement d'un instrument de musique à anche simple et corps cylindrique, tel que la clarinette. Nous rappelons brièvement les modèles pour la mécanique de l'anche et de l'écoulement entrant dans l'instrument en définissant les notations et en soulignant les hypothèses qui diffèrent de la littérature. Pour le reste, les justifications se trouvent dans le chapitre précédent. Nous proposons ensuite une formulation originale de l'acoustique du résonateur incluant d'une part le rayonnement par l'extrémité ouverte, et d'autre part le débit d'anche lié au mouvement vibratoire de celle-ci. L'écoulement entrant à travers le canal d'anche constitue alors la source débit. Le champ de pression résultant de cette source de débit pour ces conditions aux limites est d'abord exprimé sous une forme compacte qui a le défaut d'occulter les difficultés inhérentes aux phénomènes considérés. Une formulation modale est ensuite développée, avec un soin apporté aux questions de complétude de la décomposition modale effectuée. Elle sert de base aux travaux présentés dans les chapitres suivants.

### 2.1.1 Mécanique de l'anche

Les considérations concernant le mouvement de l'anche mentionnées dans la revue bibliographique aboutissent à une modélisation du mouvement de l'anche par l'équation

$$\frac{d^2 s_c}{dt^2} + q_a \omega_a \frac{ds_c}{dt} + \omega_a^2 (s_c - s_0) = \frac{\omega_a^2}{K_a} (p_{\text{bec}} - p_m) \quad (2.1)$$

où  $s_c$  est la section d'ouverture du canal d'anche ( $s_c = s_0$  à l'égalité des pressions de part et d'autre de l'anche, et  $s_c = 0$  lorsque l'anche est plaquée contre la table du bec),  $p_{\text{bec}}$  la pression dans le bec et  $p_m$  la pression dans la bouche supposée uniforme. L'ouverture au repos  $s_0$  dépend essentiellement de l'effort de la lèvre inférieure sur l'anche. Les autres termes sont les *constantes* caractérisant l'anche et l'embouchure (c'est-à-dire la façon dont est tenue l'anche) :  $K_a$  est un coefficient d'élasticité apparente de l'anche entre différence de pression et section d'ouverture du canal,  $\omega_a$  la pulsation propre de l'ensemble (par la suite on utilisera aussi  $k_a = \omega_a/c$ , nombre d'onde associé à la fréquence de résonance d'anche) et  $q_a$  son amortissement. On identifie la pression dans le bec  $p_{\text{bec}}$  à la valeur du champ de pression à l'extrémité  $p(x = 0, t)$ . Par rapport à l'écriture classique dans la littérature, l'ouverture du canal d'anche n'est pas spécifiée en tant que hauteur d'une ouverture rectangulaire mais comme une surface, ce qui évite l'hypothèse sur la géométrie du canal.

Par la suite, de nombreux développements se feront dans le domaine fréquentiel, avec la convention suivante pour la transformation de Fourier : les grandeurs fréquentielles sont notées en lettres capitales (par exemple  $P(0, \omega)$  est la transformée de Fourier de  $p(0, t) = p_{\text{bec}}(t)$ ), et une quantité  $f(t)$  et sa transformée de Fourier  $F(\omega)$  () sont liées par :

$$F(\omega) = \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2.2)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (2.3)$$

La dynamique d'anche s'exprime dans le domaine fréquentiel par :

$$S_c(\omega) = \frac{D(\omega)}{K_a} (P(0, \omega) - P_m(\omega)) \text{ avec } D(\omega) = \frac{1}{1 + jq_a \frac{\omega}{\omega_a} - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}. \quad (2.4)$$

Cette modélisation a fait l'objet d'investigations numériques [179] et expérimentales [81].

Pour la suite, on ignore les variations acoustiques de la pression dans la bouche, ce qui permet de considérer que  $P_m(\omega) = 0$  ( $\forall \omega \neq 0$ ).

### 2.1.2 Acoustique

On considère un résonateur cylindrique d'axe  $Ox$  et de section  $S$  compris entre les abscisses  $x = 0$  et  $x = L$ . Une entrée placée en  $x_s$  (proche de  $x = 0$ ) permet l'excitation du conduit par une source de débit  $u_s(t)$ . Les variations de débit entrant provoquent l'apparition d'ondes de pression au sein du cylindre.

Les développements de Zwicker & Kosten [193] appliqués aux dimensions typiques d'un corps de clarinette ( $r \sim 7\text{mm}$ ) permettent l'écriture de l'équation de propagation d'onde régissant l'évolution des valeurs moyennes de la pression sur une section  $\pi r^2$ , en prenant en compte les phénomènes visco-thermiques aux parois du guide. En notant  $Y_t(\omega)$  l'admittance linéique liée aux échanges thermiques aux parois et  $Z_v(\omega)$  l'impédance linéique associée aux pertes par viscosité de la colonne d'air (ces quantités seront explicitées ultérieurement), les

équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse aboutissent, après prise en compte du comportement thermodynamique du fluide, à :

$$\partial_x P(x, \omega) = -Z_v U(x, \omega) \quad \partial_x U(x, \omega) = -Y_t P(x, \omega) + U_s \delta(x - x_s) \quad (2.5)$$

soit l'équation d'onde suivante :

$$[\partial_{xx} - \Gamma^2(\omega)] P(x, \omega) = -Z_v U_s \delta(x - x_s) \quad \forall x \in ]0, L[ \quad (2.6)$$

où  $\Gamma^2 = Z_v Y_t$  est la constante de propagation. On définit également l'impédance caractéristique  $Z_c$  par  $Z_c^2 = Z_v / Y_t$ . Le débit source  $U_s$  est la modélisation du débit entrant dû au souffle de l'instrumentiste. Plus de détails concernant ce débit sont fournis dans [58, 38].

L'évolution de la pression en  $x = 0$  est contrôlée par le mouvement pulsatoire de l'anche. Le déplacement de l'anche en un point  $M$  de la surface exposée à la colonne d'air est  $W(M, t)$ . Il induit un débit :

$$U(0, t) = \iint_{\sigma} \frac{dW(M, t)}{dt} d\sigma(M) \quad (2.7)$$

où  $\sigma$  est la surface de l'anche vue par la chambre du bec. Une première approximation consiste à définir un coefficient  $b$  reliant la variation temporelle de l'ouverture du canal d'anche  $ds_c/dt$  à ce débit acoustique. Le mouvement de fermeture du canal se traduit par une diminution de  $s_c(t)$  et induit un débit positif, soit :

$$U(0, t) = -b \frac{ds_c(t)}{dt} \quad (2.8)$$

le coefficient  $b$  permet de résumer le champ de déplacement  $W(M, t)$  à la simple ouverture du canal. Il est évident que ce coefficient dépend de la manière dont se déforme l'anche.

Avec cette expression du débit en  $x = 0$ , la condition terminale côté anche devient :

$$\partial_x P(0, \omega) = -Z_v U(0, \omega) = Z_v j\omega b S_c(\omega) = -\frac{Z_v}{Z_d} P(0, \omega) \quad (2.9)$$

soit  $Z_d(\omega) = -K_a / (j\omega b D(\omega))$  l'impédance associée au débit d'anche.

À l'extrémité ouverte, la condition est donnée par l'impédance de rayonnement  $Z_r(\omega)$  qui sera détaillée plus tard :

$$\partial_x P(L, \omega) = -\frac{Z_v}{Z_r} P(L, \omega). \quad (2.10)$$

En résumé, le champ de pression acoustique obéit au système suivant :

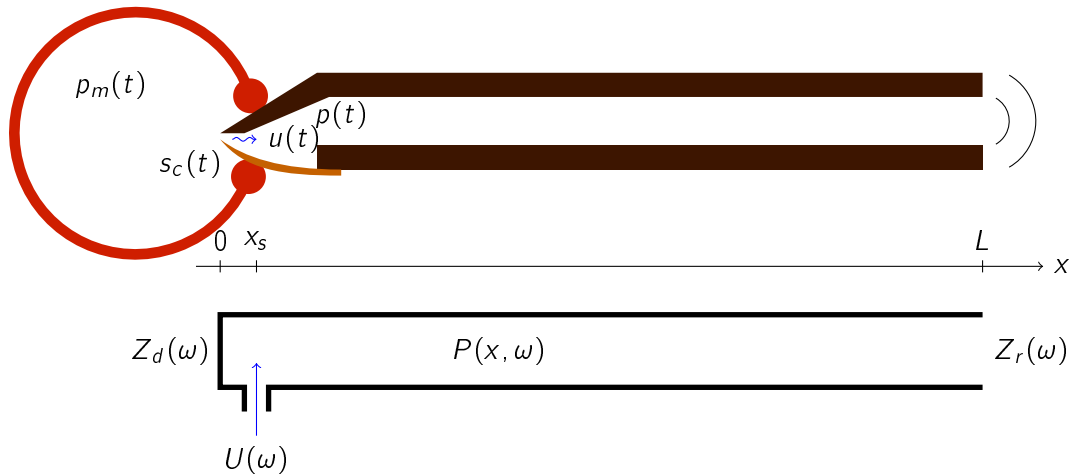
$$[\partial_{xx} - \Gamma^2(\omega)] P(x, \omega) = -Z_v U_s \delta(x - x_s) \quad \forall x \in ]0, L[ \quad (2.11)$$

$$\partial_x P(0, \omega) = -\frac{Z_v}{Z_d} P(0, \omega) \quad (2.12)$$

$$\partial_x P(L, \omega) = -\frac{Z_v}{Z_r} P(L, \omega). \quad (2.13)$$

### 2.1.3 Écoulement

La description de l'écoulement à travers le canal d'anche est déduite de l'application du théorème de Bernoulli en écoulement quasi-stationnaire d'un fluide parfait (pas de viscosité) reliant la vitesse du fluide dans le canal d'anche à la différence de pression de part et d'autre du canal. En considérant que la vitesse de l'air est bien plus grande dans le canal d'anche



**Figure 2.1** – Schéma représentatif de la modélisation de l'acoustique du résonateur.

que dans la bouche (par conservation de la masse et hypothèse d'incompressibilité), il vient la relation :

$$p_m = p_{\text{bec}} + \frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow v = \text{sign}(p_m - p_{\text{bec}}) \sqrt{2 \frac{|p_m - p_{\text{bec}}|}{\rho}}. \quad (2.14)$$

liant le débit à la pression acoustique imposée par le résonateur  $p_{\text{bec}}(t) = p(0, t)$ , sous l'hypothèse d'un jet turbulent sans récupération de pression en sortie du canal [97]. Cette expression traduit également la possibilité d'un changement d'orientation du sens de l'écoulement en cas de pression plus forte dans le bec de l'instrument que dans la bouche, ce qui peut être observé de manière occasionnelle en cours d'auto-oscillations.

L'étape suivante est l'expression du débit en fonction de la différence de pression mais aussi de l'ouverture du canal :

$$u = s_c(t) \text{sign}(p_m - p(0, t)) \sqrt{2 \frac{|p_m - p(0, t)|}{\rho}}, \quad (2.15)$$

valable dès que le canal est ouvert c'est-à-dire que l'anche n'est pas plaquée ( $s_c(t) \geq 0$ ).

Cette description est sujette à diverses remarques :

- L'hypothèse d'écoulement quasi stationnaire est fausse dès que la différence de pression varie rapidement et fortement.
- Il est possible qu'il existe une composante continue de pression dans le bec liée non plus à l'acoustique du résonateur mais à l'écoulement à travers le corps de l'instrument. Il convient alors de noter  $p_m$  la différence entre les pressions statiques de part et d'autre de l'anche,  $p(x, t)$  correspondant à la partie oscillante du champ de pression.

## 2.2 Décomposition du champ de pression

### 2.2.1 Expression compacte

À partir des équations (2.11, 2.12, 2.13) et de manière similaire à la démarche utilisée dans [113], il est possible de déterminer l'expression du champ de pression. Entre l'entrée et la source, la condition liée au débit d'anche et l'équation de propagation imposent la forme :

$$P(x < x_s, \omega) = A_1 \cosh(\Gamma x - \eta_d) \text{ avec } \coth \eta_d = \frac{Z_d \Gamma}{Z_v} = \frac{Z_d}{Z_c}. \quad (2.16)$$

De même, entre la source et l'extrémité rayonnante, il vient :

$$P(x > x_s, \omega) = A_2 \cosh(\Gamma(L - x) + \eta_r) \text{ avec } \coth \eta_r = \frac{Z_r \Gamma}{Z_v} = \frac{Z_r}{Z_c}. \quad (2.17)$$

Le raccordement des deux solutions en  $x = x_s$  par continuité de la pression et conservation du débit aboutit au système

$$A_1 \cosh(\Gamma x_s - \eta_d) - A_2 \cosh(\Gamma(L - x_s) + \eta_r) = 0, \quad (2.18)$$

$$A_1 \sinh(\Gamma x_s - \eta_d) + A_2 \sinh(\Gamma(L - x_s) + \eta_r) = Z_c U_s. \quad (2.19)$$

Finalement, le champ de pression dans le conduit peut s'écrire sous la forme :

$$P(x < x_s, \omega) = Z_c U_s \frac{\cosh(\Gamma(L - x_s) + \eta_r) \cosh(\Gamma x - \eta_d)}{\sinh(\Gamma L + \eta_r - \eta_d)}, \quad (2.20)$$

$$P(x > x_s, \omega) = Z_c U_s \frac{\cosh(\Gamma(L - x) + \eta_r) \cosh(\Gamma x_s - \eta_d)}{\sinh(\Gamma L + \eta_r - \eta_d)}. \quad (2.21)$$

### 2.2.2 Recherche des pôles

Les pôles  $s_n = j\omega_n - \alpha_n$  sont solutions de :

$$\sinh(\Gamma(s)L + \eta_r(s) - \eta_d(s)) = 0. \quad (2.22)$$

Pour des raisons de notations et de symétrie hermitienne, les pôles  $s_n$  et  $s_{-n} = s_n^*$  sont définis implicitement par

$$\forall n > 0, \Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n) = j(n - 1)\pi, \quad (2.23)$$

$$\forall n < 0, s_n = s_{-n}^*, \quad (2.24)$$

où les termes  $\Gamma(s_n)$ ,  $\eta_r(s_n)$  et  $\eta_d(s_n)$  font apparaître la dépendance à la variable de Laplace  $s$  et sont évalués en  $s_n$ , celle-ci représentant à la fois la fréquence de la résonance notée  $n$  et son amortissement. Ces expressions assurent la symétrie hermitienne des pôles  $s_n$  et  $s_{-n}$  en accord avec les définitions de  $\Gamma$ ,  $\eta_r$  et  $\eta_d$  qui suivent.

La recherche des pôles, qui est réalisée de manière numérique avec les routines itératives de la bibliothèque `minpack`, nécessitent un prolongement analytique des fonctions  $\Gamma(s)$ ,  $\eta_r(s)$  et  $\eta_d(s)$  dans le plan complexe complet.

### Constante de propagation

La théorie de Zwikker & Kosten [193] définit l'impédance linéique  $Z_v$  liée aux pertes par viscosité aux parois et l'admittance linéique  $Y_t$  associée aux effets thermiques. Dans des tuyaux suffisamment larges pour que les épaisseurs des couches limites d'effets visco-thermiques  $l_v$  et  $l_t$  soient petites devant le rayon  $r$  du conduit, les expressions approchées suivantes sont admises :

$$Z_v = \frac{j\omega\rho}{S} \left( 1 + \frac{2}{r} \sqrt{\frac{cl_v}{j\omega}} \right), \quad (2.25)$$

$$Y_t = \frac{j\omega S}{\rho c^2} \left( 1 + \left( \frac{C_p}{C_v} - 1 \right) \left( \frac{2}{r} \sqrt{\frac{cl_t}{j\omega}} \right) \right). \quad (2.26)$$

$\rho$ ,  $C_p$ ,  $C_v$  et  $c$  sont respectivement la masse volumique de l'air dans le tuyau, les chaleurs spécifiques à pression et à volume constant et la célérité des ondes acoustiques. La constante de propagation  $\Gamma = \sqrt{Z_v Y_t}$  est donc proche de :

$$\Gamma(\omega) = \frac{j\omega}{c} + \frac{\sqrt{I_v} + (C_p/C_v - 1)\sqrt{I_t}}{r} \sqrt{\frac{j\omega}{c}}. \quad (2.27)$$

Pour la variable complexe  $s$  telle que  $\arg s \neq -\pi$ , on définit :

$$\Gamma(s) = \frac{s}{c} + \frac{\sqrt{I_v} + (C_p/C_v - 1)\sqrt{I_t}}{r} \sqrt{\frac{s}{c}}. \quad (2.28)$$

### Impédance associée au débit d'anche

L'impédance terminale située en  $x = 0$  peut s'exprimer comme dans Eq. (2.9) ou à l'aide d'une longueur  $\Delta l_d$  liée aux grandeurs physiques et géométriques par :

$$\Delta l_d = \frac{c S_a Z_c}{K_a}, \quad (2.29)$$

expression qui est explicité au chapitre 3. Cette grandeur est similaire à celle proposée par Worman [191] pour l'étude de l'intonation où les différents effets sont investigués sous l'approche de corrections de longueur.

On introduit également le coefficient de réflexion  $R_d = (Z_d + Z_c)/(Z_d - Z_c)$  à l'extrémité  $x = 0$  vue depuis le domaine  $x > 0$  de sorte que :

$$\coth \eta_d = \frac{Z_d}{Z_c} = \frac{R_d + 1}{R_d - 1} \text{ soit } R_d = e^{2\eta_d}. \quad (2.30)$$

En utilisant les expressions de la dynamique d'anche et de la longueur, on exprime aisément  $R_d = |R_d|e^{j\varphi_d}$  :

$$R_d = \frac{\omega_a^2 + j\omega\omega_a(q_a - k_a\Delta l_d) - \omega^2}{\omega_a^2 + j\omega\omega_a(q_a + k_a\Delta l_d) - \omega^2}. \quad (2.31)$$

La représentation graphique du module et de l'argument du coefficient de réflexion (cf. Figure 2.2) permet de s'assurer que la terminaison est bien de nature passive :  $|R_d| < 1$  l'apport d'énergie ne se fait pas par le débit produit par le déplacement périodique de l'anche, mais par le débit entrant du fait de la différence de pression entre la bouche et le bec. De plus la *correction de longueur* (obtenue à partir du retard de phase) dépend de la fréquence à laquelle se produit l'oscillation dans le corps de l'instrument. Dans le cas d'une oscillation forcée à une fréquence inférieure à la fréquence de résonance d'anche, on observe bien que la vibration de l'anche s'apparente à un élément de conduit de longueur  $\Delta l_d$  à ajouter aux dimensions géométriques du guide d'onde. Dans le cas contraire, l'avance de phase indique que l'on constaterait que le retard des oscillations du déplacement de l'anche sur celles de la pression dans le bec équivaut à une longueur à soustraire de la longueur totale.

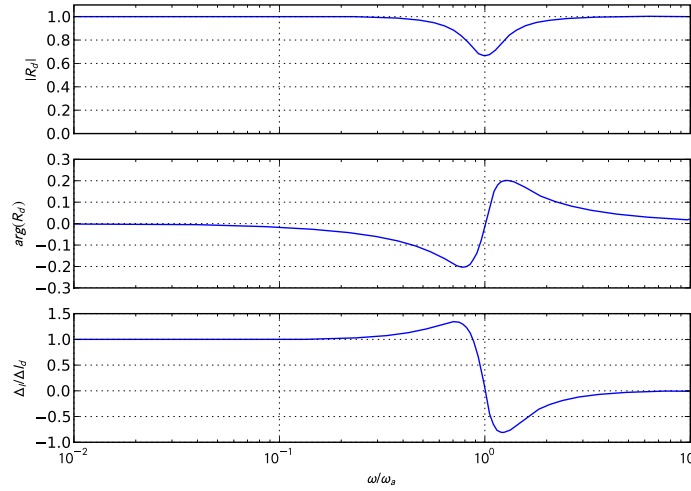
La continuation analytique de la grandeur  $\eta_d$  est obtenue à partir de celle du coefficient de réflexion :

$$R_d(s) = \frac{\omega_a^2 + s\omega_a(q_a - k_a\Delta l_d) + s^2}{\omega_a^2 + s\omega_a(q_a + k_a\Delta l_d) + s^2}, \quad (2.32)$$

soit

$$\eta_d = \frac{1}{2} (\log |R_d(s)| + j \arg R_d(s)) \quad (2.33)$$

qui est définie partout sauf sur les zéros de  $R_d(s)$ .



**Figure 2.2** – Représentation du module et de l'argument de  $R_d$ , ainsi que la correction de longueur apparente en fonction de la fréquence réduite  $\omega/\omega_a$  pour  $q_a = 0.5$  et  $k_a \Delta l_d = 0.1$ .

Lorsque le débit d'anche est ignoré (ce qui revient à annuler la surface pulsante  $S_a$  de l'anche), la section amont  $x = 0$  présente une impédance terminale infinie (condition à la limite de Neumann). Dans ce cas, la paroi est parfaitement réfléchissante ( $R_d = 1$ ) et  $\eta_d$  est pris égal à 0.

### Impédance de rayonnement

De la même manière que pour le coefficient  $\eta_d$ , il est possible de relier  $\eta_r$  au coefficient de réflexion de rayonnement  $R_r$  :

$$R_r(\omega) = -|R_r|e^{j\varphi_r} = e^{-2\eta_r}. \quad (2.34)$$

La littérature propose diverses expressions de l'impédance de rayonnement et du coefficient de réflexion associé pour le mode plan du tuyau cylindrique mince sans écran. Levine & Schwinger [121] ont proposé une formulation intégrale peu pratique d'utilisation. Diverses expressions analytiques approchées pour le module et l'argument de  $R_r$  (Caussé *et coll.* [36], Norris & Sheng [145]) ont été obtenues par ajustement numérique sur des modèles paramétriques arbitrairement choisis. Toutefois ceux que nous avons étudiés ne donnent pas lieu à des modèles physiquement acceptables, en ne respectant notamment pas la propriété de symétrie hermitienne :  $Z_r(-\omega) = Z_r(\omega)^*$ , c'est-à-dire l'équivalence de comportements lorsque l'on considère les fréquences positives et négatives, et/ou la décroissance du module vers 0 lorsque la fréquence augmente. Une étude menée en collaboration avec B. Mallaroni (de l'équipe de vibro-acoustique du LMA) et A. Norris (de l'université Rutgers) a abouti à un modèle assurant le comportement asymptotique en basses fréquences, la symétrie hermitienne et l'atténuation en hautes fréquences :

$$|R_r|(s) = \frac{1 - a_1(sr/c)^2}{1 - (a_1 + 0.5)(sr/c)^2 + a_2(sr/c)^4 - a_3(sr/c)^6}, \quad (2.35)$$

$$\varphi_r(s) = 0.6133(sr/c) \frac{1 - b_1(sr/c)^2}{1 - b_2(sr/c)^2 - b_3(sr/c)^4 - b_4(sr/c)^6}. \quad (2.36)$$

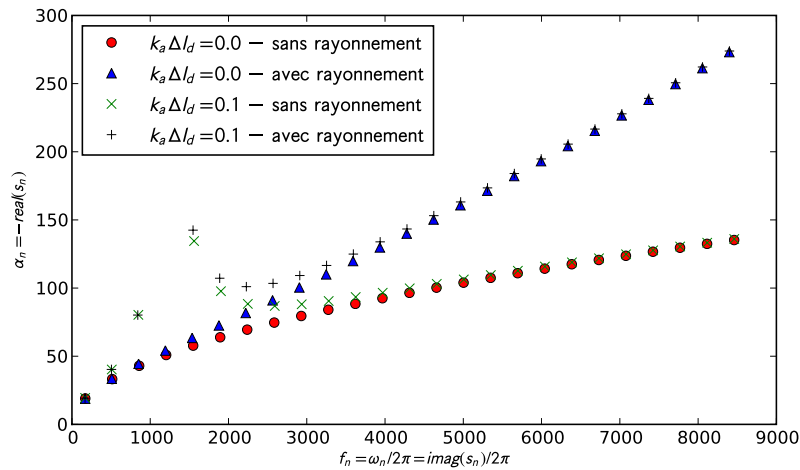
L'article placé en annexe A présente le détail des calculs ainsi que les valeurs numériques des coefficients  $a_i$  et  $b_i$ .

Lorsque le rayonnement est ignoré (ce qui consiste à ignorer le transfert d'énergie sonore vers le monde externe), la section aval  $x = L$  présente une impédance terminale nulle (condition à la limite de Dirichlet). Dans ce cas, la paroi est parfaitement réfléchissante pour le champ de vitesse ( $R_r = -1$ ) et  $\eta_r$  est pris égal à  $-j\frac{\pi}{2}$ .

### Recherche numérique des pôles

Étant donné les expressions utilisées pour les grandeurs  $\Gamma(s)$ ,  $\eta_d(s)$  et  $\eta_r(s)$ , le calcul des pôles du champ de pression dans le résonateur est effectué de manière numérique avec les routines itératives de la bibliothèque `minpack`. La fonction `fsolve` permet la recherche itérative de zéro de la fonction complexe  $f_n(s) = (\Gamma(s)L + \eta_r(s) - \eta_d(s) - jn\pi)$  de la variable complexe  $s$ .

Sur la Figure 2.3 est représenté le placement des pôles dans différentes configurations, avec prise en compte ou non du rayonnement à l'extrémité ouverte et du débit d'anche. L'influence de la prise en compte du débit d'anche est visible dans l'amortissement des pôles ayant une fréquence proche de la fréquence de résonance d'anche  $f_a$ . En dehors de cette bande fréquentielle, la présence de l'oscillateur mécanique ne semble pas modifier les pôles du tuyau. En revanche, l'effet du rayonnement est notable lorsque la fréquence augmente, ce que l'on voit sur la figure 2.3, les courbes avec  $Z_r \neq 0$  présentant un amortissement supplémentaire à celui provenant des effets visco-thermiques sur les parois du cylindre.



**Figure 2.3** – Position des pôles du champ de pression dans le corps de l'instrument. Influence du rayonnement et du débit d'anche.  $L = 0.5\text{m}$ ,  $r = 7\text{mm}$ ,  $\omega_a = 2\pi \times 1250\text{Hz}$ ,  $q_a = 0.5$  et  $k_a \Delta l_d = 0.1$ .

### 2.2.3 Calcul des résidus

Une fois les pôles déterminés, il est nécessaire de connaître le coefficient pondérateur de chacun des modes associés dans l'expression du champ de pression. On peut vérifier *a posteriori* que les pôles sont simples, ce qui nous autorise à calculer les résidus à partir de la formule :

$$\text{Res}_{s_n} P(x < x_s) = \lim_{s \rightarrow s_n} (s - s_n) P(x, x_s, s). \quad (2.37)$$



Il est possible de faire un développement limité du dénominateur de l'expression du champ autour du pôle  $s_n$  (cf [38], p220, la notation ' désigne la dérivation des fonctions analytiques de la variable complexe  $s$ ) :

$$\begin{aligned} \sinh(\Gamma(s)L + \eta_r(s) - \eta_d(s)) &= \sinh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n)) \\ &\quad + (s - s_n) (\Gamma'(s_n)L + \eta'_r(s_n) - \eta'_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n)) \\ &= 0 + (s - s_n) (\Gamma'(s_n)L + \eta'_r(s_n) - \eta'_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n)) \end{aligned}$$

puisque  $s_n$  annule la quantité  $\sinh(\Gamma(s)L + \eta_r(s) - \eta_d(s))$  ce qui permet de calculer la limite donnant accès au résidu :

$$\begin{aligned} \text{Res}_{s_n} P(x < x_s) &= \lim_{s \rightarrow s_n} Z_c U_s (s - s_n) \frac{\cosh(\Gamma(s)(L - x_s) + \eta_r(s)) \cosh(\Gamma(s)x - \eta_d(s))}{\sinh(\Gamma(s)L + \eta_r(s) - \eta_d(s))} \\ &= \lim_{s \rightarrow s_n} Z_c U_s \frac{\cosh(\Gamma(s)(L - x_s) + \eta_r(s)) \cosh(\Gamma(s)x - \eta_d(s))}{(\Gamma'(s_n)L + \eta'_r(s_n) - \eta'_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n))} \\ &= Z_c U_s \frac{\cosh(\Gamma(s_n)(L - x_s) + \eta_r(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)x - \eta_d(s_n))}{(\Gamma'(s_n)L + \eta'_r(s_n) - \eta'_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n))} \\ &= Z_c U_s \frac{\cosh(\Gamma(s_n)x_s - \eta_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)x - \eta_d(s_n))}{\Gamma'(s_n)L + \eta'_r(s_n) - \eta'_d(s_n)} \end{aligned} \quad (2.38)$$

puisque :

$$\begin{aligned} &\cosh(\Gamma(s_n)(L - x_s) + \eta_r(s_n)) \\ &= \cosh((\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n)) - (\Gamma(s_n)x_s - \eta_d(s_n))) \\ &= \cosh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)x_s - \eta_d(s_n)) \\ &\quad - \sinh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n)) \sinh(\Gamma(s_n)x_s - \eta_d(s_n)) \\ &= \cosh(\Gamma(s_n)L + \eta_r(s_n) - \eta_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)x_s - \eta_d(s_n)) \end{aligned}$$

De manière analogue, le calcul du résidu de l'expression compacte du champ de pression dans le domaine  $x > x_s$  aboutit au même résultat, donc :

$$\begin{aligned} \text{Res}_{s_n} P(x, x_s) &= \text{Res}_{s_n} P(x < x_s) = \text{Res}_{s_n} P(x > x_s) \\ &= Z_c U_s \frac{\cosh(\Gamma(s_n)x_s - \eta_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)x - \eta_d(s_n))}{\Gamma'(s_n)L + \eta'_r(s_n) - \eta'_d(s_n)} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Par rapport au résultat donné dans [38], l'expression ci-dessus montre l'apport du débit d'anche à l'extrémité  $x = 0$ . Dans le cas où le débit d'anche est ignoré ( $\eta_d = 0$ ), le résidu associé à un pôle  $s_n$  devient :

$$\text{Res}_{s_n} P(x, x_s) = Z_c U_s \frac{\cosh(\Gamma(s_n)x_s) \cosh(\Gamma(s_n)x)}{\Gamma'(s_n)L + \eta'_r(s_n)} \quad (2.40)$$

## 2.2.4 Expressions décomposées

La détermination des pôles et des résidus associés permet l'expression du champ de pression sous forme décomposée sur les modes du résonateur :

$$P(x, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{Res}_{s_n} P(x, x_s)}{j\omega - s_n} + \frac{\text{Res}_{s_n^*} P(x, x_s)}{j\omega - s_n^*}. \quad (2.41)$$

Nous serons par la suite amenés à considérer l'impédance d'entrée  $Z_e(j\omega)$  du résonateur liant la source de débit  $U_s$  et la pression observée au point source  $x = x_s$  quand celui-ci tend vers la limite  $x_s \rightarrow 0$  :

$$Z_e(j\omega) = \frac{P(x_s \rightarrow 0)}{U_s} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{Res}_{s_n} Z_e(s)}{j\omega - s_n} + \frac{\text{Res}_{s_n^*} Z_e(s)}{j\omega - s_n^*} \quad (2.42)$$

où les résidus de l'impédance s'obtiennent à partir de ceux du champ de pression (2.39).

$$\text{Res}_{s_n} Z_e(s) = Z_c \frac{\cosh(\eta_d(s_n)) \cosh(\eta_d(s_n))}{\Gamma'(s_n)L + \eta_r'(s_n) - \eta_d'(s_n)}. \quad (2.43)$$

## 2.3 Exhaustivité de la recherche des pôles

L'estimation des pôles des expressions (2.20) et (2.21) est réalisée de manière numérique itérative en partant d'estimés initiaux correspondant à la colonne d'air sans rayonnement ni débit d'anche  $s_n = j(2n-1)\pi c/2L$ . Cette méthode ne garantit aucunement que la totalité des valeurs de  $s$  qui interviennent dans l'application du théorème des résidus soient déterminées. En effet, plusieurs limitations peuvent émerger :

- l'horizon fréquentiel de recherche des pôles est borné. Le nombre de valeurs retenues est fini alors qu'il y a *a priori* une infinité de fréquences de résonances. Cette limitation doit être reliée à l'horizon fréquentiel qui est observable avant que des phénomènes comme l'apparition des modes transverses dans le guide d'onde ne viennent contredire l'hypothèse d'ondes planes dans le tuyau ;
- le couplage vibroacoustique entre l'anche et la colonne d'air pourrait provoquer la démultiplication des pôles à la manière de résonances multiples des structures vibrantes en fluide lourd observées par exemple par Mattéi [130]. Les résonances du tuyau avec conditions aux limites idéales pourraient se dédoubler et donner naissance à des paires de pôles très proches dans le plan complexe (le pic dans la réponse en fréquence serait alors associé à des fréquences de résonance indistinguables).

### 2.3.1 Non dédoublement des pôles du résonateur

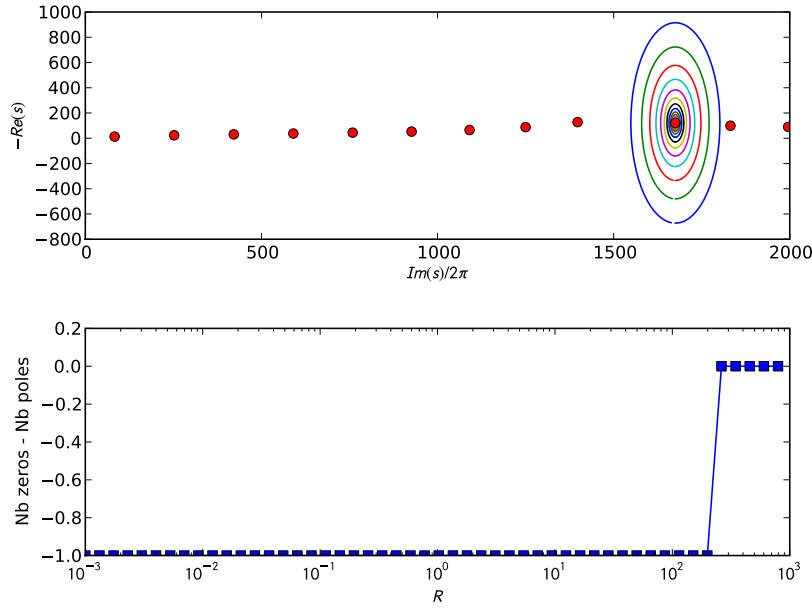
Le principe de l'argument [120] permet de comptabiliser le nombre de zéros ( $Z$ ) et de pôles ( $P$ ) d'une fonction  $f(z)$  à l'intérieur d'un domaine  $\mathcal{D}$  du plan complexe par une intégration sur le contour  $\partial\mathcal{D}$

$$Z - P = \int_{\partial\mathcal{D}} \frac{f'(z)}{f(z)} dz. \quad (2.44)$$

L'application de ce principe à l'expression compacte du résonateur :

$$Z_e(s) = Z_c \frac{\cosh \Gamma L + \eta_r) \cosh \eta_d}{\sinh (\Gamma L + \eta_r - \eta_d)}, \quad (2.45)$$

pour des domaines de plus en plus étroits autour des pôles obtenus numériquement permet de s'assurer que les résonances de la colonne d'air avec rayonnement et débit d'anche ne sont pas doubles. La figure 2.4 montre que des disques de rayons décroissants ne contiennent finalement que le pôle n° 10 estimé itérativement. Le saut pour  $R \sim 200$  témoigne de la présence d'un zéro d'impédance entre les cercles 4 et 5 (numérotés par rayons décroissants, en violet et jaune sur le document électronique). Une analyse identique a été menée pour chacun des pôles obtenus par la méthode décrite au paragraphe 2.2.2 aboutissant à la conclusion que ces pôles ne se dédoublent pas.



**Figure 2.4** – Vérification du non-dédoublage du 10ème pôle par application du principe de l'argument sur des contours circulaires de rayon décroissants. Sur le graphe supérieur sont représentés ces contours, ainsi que les pôles (marqueurs o).  $L = 1\text{m}$ ,  $r = 7\text{mm}$ ,  $f_a = 1500\text{Hz}$ ,  $q_a = 0.1$  et  $\Delta l_d = 10\text{mm}$ .

### 2.3.2 Existence d'un pôle supplémentaire

D'autre part, le principe de l'argument a également été utilisé pour s'assurer de l'exhaustivité des pôles estimés dans la bande de fréquence considérée. Pour cela, un maillage fin du plan complexe limité à l'intervalle fréquentiel  $0 - 3.5\text{kHz}$  et l'intervalle d'amortissement  $0 > \Re(s) > -500\text{sec}^{-1}$  définit  $40 \times 100$  rectangles, soit autant de contours d'intégration. La figure 2.5 met en évidence la présence d'un pôle supplémentaire qui n'a pas été obtenu par la recherche de racines décrite au paragraphe 2.2.2 car aucune initialisation de l'algorithme itératif n'a été prise dans le «bassin d'attraction» de ce pôle. Ce nouveau pôle a une partie imaginaire proche de la pulsation de résonance de l'anche.

Ce pôle n'apparaît qu'en présence de débit d'anche. En effet, il est possible d'écrire l'impédance d'entrée du résonateur 2.42 sous la forme :

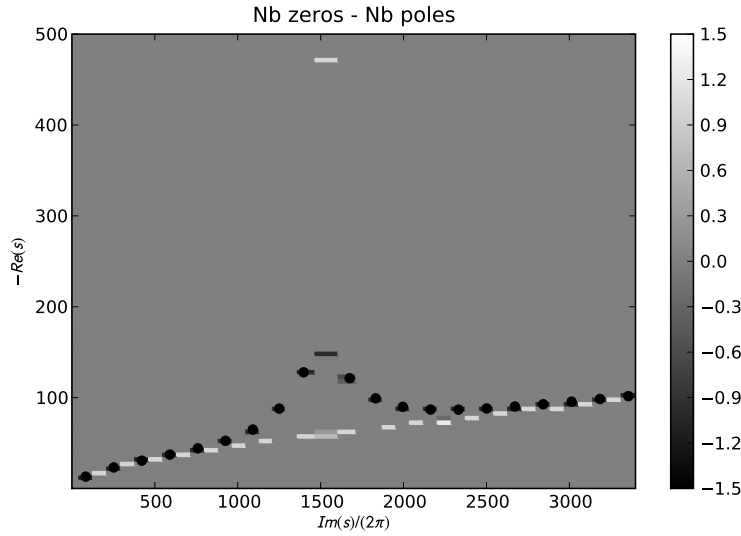
$$Z_e(j\omega) = Z_c \frac{1}{\tanh(\Gamma L + \eta_r) - \tanh \eta_d}. \quad (2.46)$$

Par définition, l'impédance  $Z_d$  présentée par l'anche vibrante à la colonne d'air est égale à  $Z_c \coth \eta_d$ . De plus, l'impédance de la partie aval vue depuis la même section est obtenue en ramenant l'impédance de rayonnement, soit l'impédance

$$\frac{Z_r + Z_c \tanh(\Gamma L)}{1 + \tanh(\Gamma L) Z_r / Z_c} = Z_c \coth(\Gamma L + \eta_r) \quad (2.47)$$

puisque  $Z_r = Z_c \coth \eta_r$ . Le résonateur vu depuis le point source  $x_s \rightarrow 0$  peut être assimilé à la mise en parallèle du cylindre rayonnant et du débit d'anche :

$$Z_e(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z_c \coth(\Gamma L + \eta_r)} - \frac{1}{Z_d}} \text{ ou } Y_e(j\omega) = Z_c^{-1} \tanh(\Gamma L + \eta_r) - \frac{1}{Z_d}. \quad (2.48)$$



**Figure 2.5** – Principe de l'argument sur des contours rectangulaires pavant le plan complexe.  $L = 1\text{m}$ ,  $r = 7\text{mm}$ ,  $f_a = 1500\text{Hz}$ ,  $q_a = 0.1$  et  $\Delta l_d = 10\text{mm}$ . Les valeurs non entières sont liées à une intégration numérique imparfaite quand un pôle ou un zéro est situé à proximité du contour : les valeurs prises par l'intégrande varient rapidement sur le contour ce qui prend à défaut l'intégration (ici réalisée par la méthode des trapèzes).

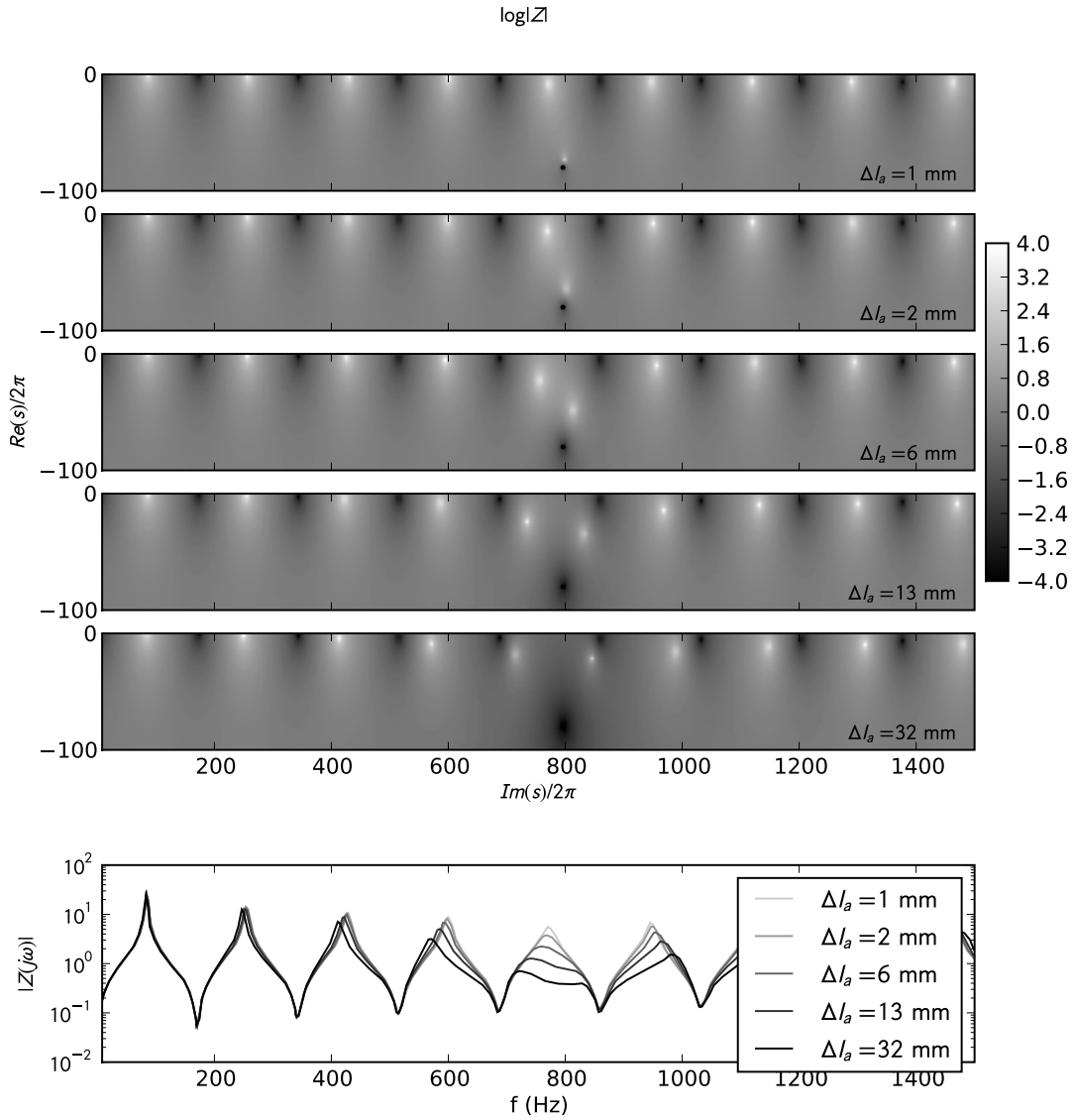
Les résonances de  $Z_e$ , c'est-à-dire les zéros de  $Y_e$ , sont déviés par la présence du débit d'anche, mais celui-ci peut introduire un nouveau pôle, qui n'est pas le pôle de la dynamique d'anche  $D$  qui est en réalité un zéro pour  $Z_e$ , puisque  $Z_d \propto D(j\omega)^{-1}$ , cf Eq. (2.9) : l'anche vibre alors avec une grande amplitude, créant ainsi un fort débit et abaissant le rapport pression/débit. Au contraire, les antirésonances de  $Z_e$  sont invariantes par rapport à  $\Delta l_a$  : les antirésonances du cylindre avec débit d'anche sont les mêmes que celles du cylindre avec condition de Neumann en amont.

$$\text{Résonances : } \tanh(\Gamma L + \eta_r) = \frac{s\Delta l_a}{c} D(s) \quad (2.49)$$

$$\text{et antirésonances : } \tanh(\Gamma L + \eta_r) \rightarrow \infty. \quad (2.50)$$

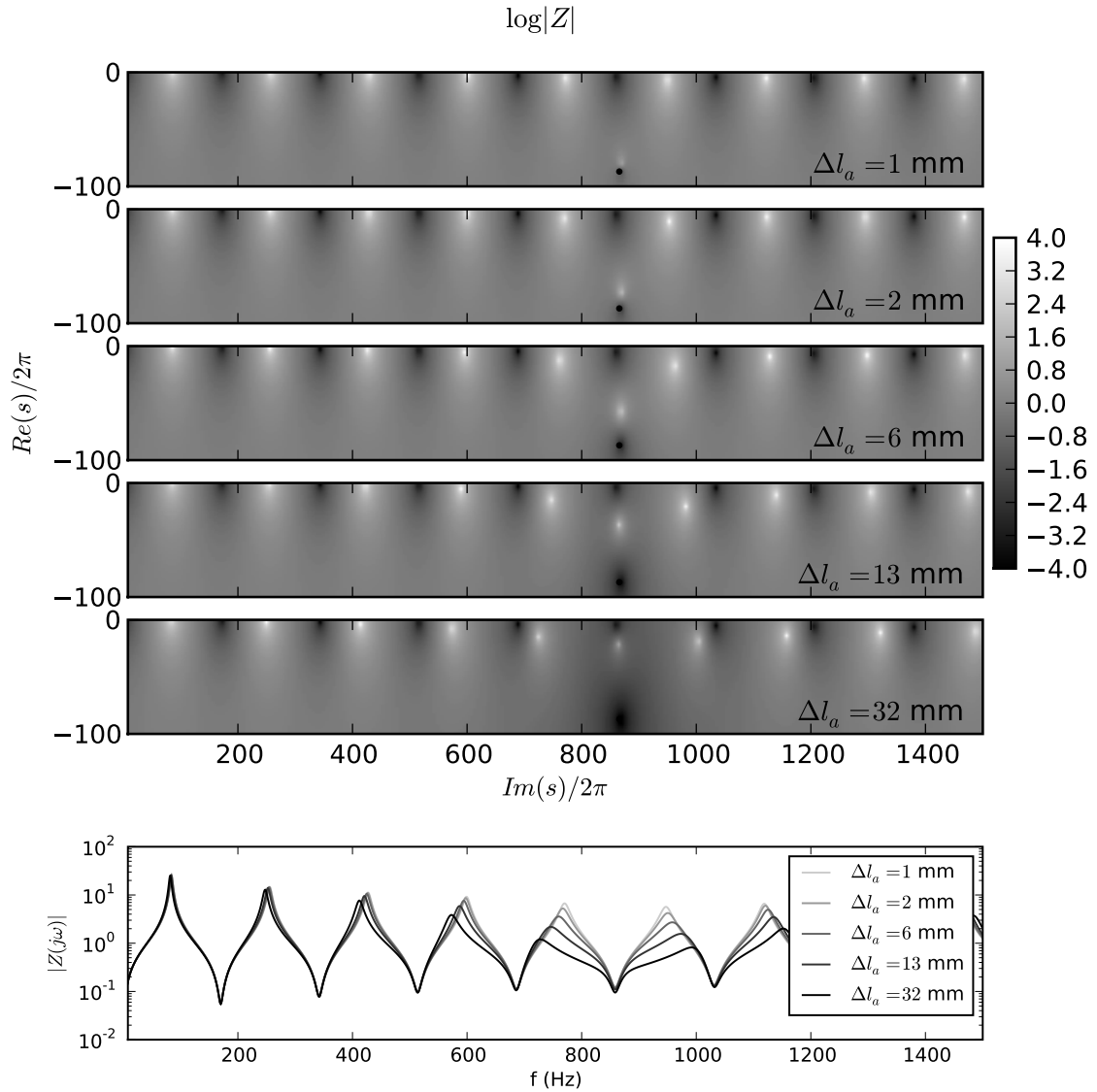
Sur la figure 2.6, il est notable que le pôle supplémentaire, initialement proche du pôle de la dynamique d'anche  $D$  ( $s/2\pi \sim -160 + 800i$ , antirésonance de  $Z_e$ ), vient progressivement s'insérer au niveau des pôles de résonance acoustique quand la longueur associée au débit d'anche grandit. Dans une représentation fréquentielle (Fig. figure 2.6, en bas), sans que la présence du nouveau pôle ne fasse apparaître de fréquence de résonance supplémentaire, les pics d'impédance sont asymétrisés avec une forme caractéristique de la présence d'un doublet zéro-pôle voisins : quand  $s\Delta l_a D(s)$  est grand, l'équation des pôles (2.49) a un terme de droite qui tend vers celui de l'équation des zéros (2.50). Une conséquence notable est que le cylindre a, dans une bande de fréquence autour de la résonance d'anche, un peigne de résonances paires ! Ceci suit le sens physique que l'anche résonne en produisant un grand débit d'anche : localement, le tuyau se comporte comme un tuyau ouvert/ouvert. . . La forte présence d'harmoniques pairs dans la bande de fréquence 1 – 1.5 kHz visible dans les signaux de pression dans le bec mesurés en cours de jeu pourrait être reliée à cette modification du résonateur par le débit d'anche.

De plus, pour une variation de l'ordre de quelques millimètres, le comportement du pôle supplémentaire évolue entre une position isolée et une insertion au niveau des résonances

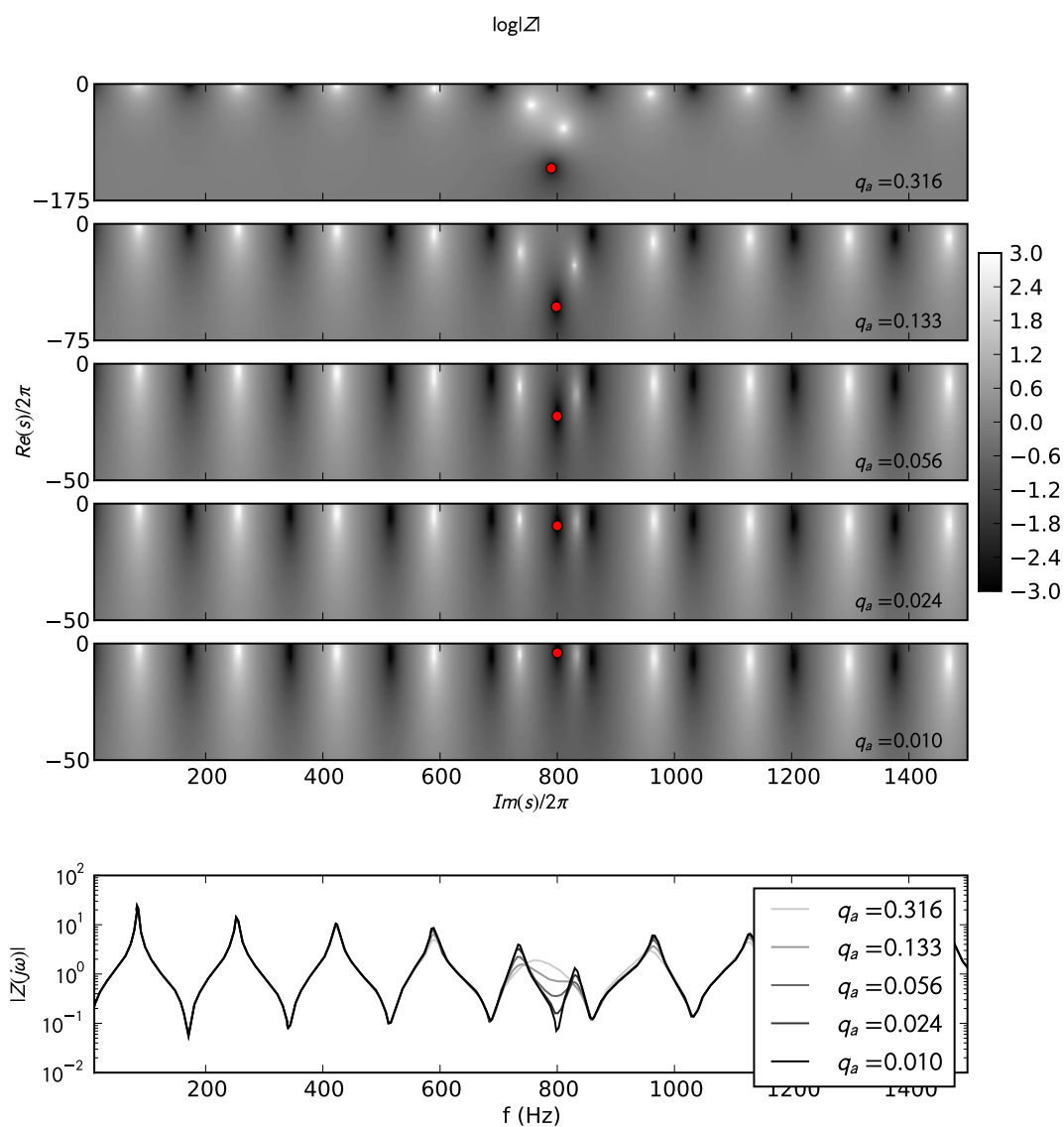


**Figure 2.6** – Effet du débit d'ancre sur la position des pôles de l'impédance. Cylindre de 1m, ancre ( $f_a = 800\text{Hz}$ ,  $q_a = 0.2$ ). Les pôles se trouvent dans les zones les plus claires, les zéros dans les zones les plus sombres. Le pôle supplémentaire a une partie imaginaire proche de  $2\pi \times 800$  et une partie réelle évoluant de  $-2\pi \times 80$  vers  $-2\pi \times 10$ .

d'origine acoustique, ce qui complique énormément la recherche numérique de ce nouveau pôle. Toutefois, l'observation des figures 2.6, 2.7 et 2.8 permet de dégager la tendance suivante : le pôle supplémentaire parcourt une trajectoire courbe entre le pôle de la dynamique d'anche  $D(s)$  et le zéro le plus proche parmi ceux placé au niveau des résonances dites acoustique, cette courbe étant paramétrée par la longueur associée au débit d'anche  $\Delta l_a$  et plus particulièrement par le paramètre adimensionné  $k_a \Delta l_a$ .



**Figure 2.7** – Effet du débit d'anche sur la position des pôles de l'impédance. Cylindre de 1m, anche ( $f_a = 870\text{Hz}$ ,  $q_a = 0.2$ ).



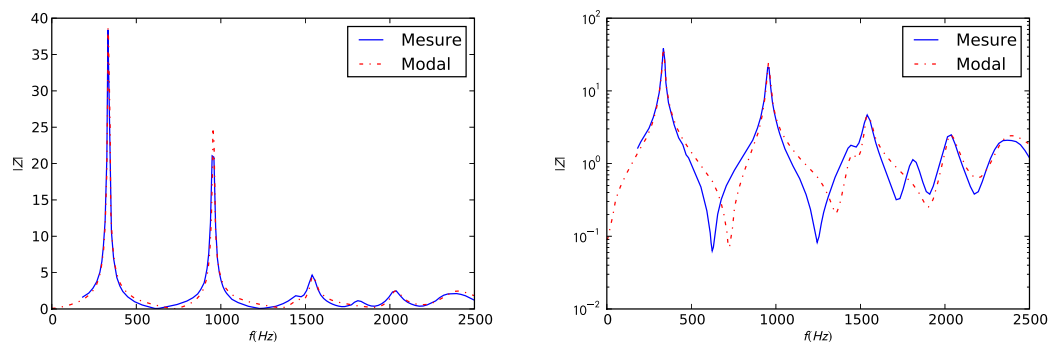
**Figure 2.8** – Effet du débit d'anche sur la position des pôles de l'impédance. Variation de l'amortissement d'anche. Cylindre de 1m, anche ( $f_a = 800\text{Hz}$ ,  $\Delta l_a = 10\text{mm}$ ). Le marqueur représente la position du pôle de la dynamique d'anche.

## 2.4 Effet de la troncature de la décomposition modale

La méthode de décomposition modale du champ de pression dans la colonne d'air et donc celle de l'impédance d'entrée  $Z_e(j\omega)$  a une portée plus générale que le calcul analytique présenté Section 2.2. N'importe quelle impédance d'entrée de conduit mesurée ou virtuelle peut faire l'objet d'une décomposition modale. Philosophiquement, celle-ci s'attache à décrire la manière dont le système – vu comme une boîte noire – réagit en fonction de l'excitation fréquentielle, et non à modéliser les différentes particularités géométriques et physiques de la colonne d'air, des orifices bouchés ou non, et des couplages avec les parties vibrantes et rayonnantes. C'est-à-dire qu'elle s'intéresse plus aux effets qu'aux causes. Il s'agit alors d'estimer les pôles  $s_n$  et les résidus, dorénavant notés  $C_n$ , qui ajustent au mieux l'impédance sous forme modale sur celle de référence :

$$Z_{\text{ref}}(j\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{j\omega - s_n} + \frac{C_n^*}{j\omega - s_n^*}. \quad (2.51)$$

La question se pose de savoir comment se fait l'ajustement du modèle modal sur les valeurs données. La connaissance de la physique des instruments à anche simple indique que ce sont les pics d'impédance qui interviennent de manière prépondérante dans l'apparition des auto-oscillations. De plus, l'expression de la forme modale montre que chaque terme ne semble contribuer de manière significative que lorsque l'excitation se fait à une fréquence proche du pôle associé, le facteur de qualité de la résonance étant d'autant plus forte que le pôle se trouve proche de l'axe fréquentiel  $s = j\omega$ . Une première approche consiste en ce cas à ajuster chaque pic d'impédance de manière indépendante. La figure 2.9a montre que cette méthode permet une bonne approximation des résonances de l'impédance d'entrée. Toutefois, les antirésonances sont complètement dénaturées (cf Fig 2.9b).



**Figure 2.9** – Impédance d'entrée mesurée d'une clarinette avec un doigté de Ré<sub>1</sub> et ajustement sur le modèle modal : échelles linéaire (à gauche) et logarithmique (à droite).

Ceci s'explique par le fait que la décomposition modale n'est exacte, avec l'hypothèse d'expressions à la base analytiques, que si l'on prend en compte l'ensemble des pôles, une infinité dans le cas d'un cylindre idéal. Ceci rejoint le propos de Louis de Broglie à propos de la décomposition en série de Fourier :

« Si l'on considère une grandeur qui peut être représentée à la manière de Fourier, par une superposition de composantes monochromatiques, c'est la superposition qui a un sens physique, et non pas les composantes de Fourier considérées isolément. Si par exemple on a affaire à une corde vibrante, [...] rien dans ce mouvement ne permet de distinguer les diverses composantes monochromatiques : ces composantes n'existent que dans l'esprit des théoriciens qui cherchent



*à faire une analyse abstraite de ce mouvement. [...] L'idée que les composantes monochromatiques ont une existence réelle dans le processus physique qui résulte de leur superposition me paraît être une idée fausse qui vicie une partie des raisonnements théoriques qui sont actuellement usuels en physique quantique. »<sup>1</sup>*

En dehors des fréquences de résonance, il n'y a pas de contribution prépondérante mais l'impédance est la somme de termes du même ordre de grandeur. Tronquer la décomposition modale, c'est-à-dire couper la somme à un nombre  $N$  de termes afin de ne chercher à restituer que les  $N$  résonances les plus importantes ou celles de plus basses fréquences, revient à ignorer l'apport des termes non pris en compte ce qui a un effet notable sur les antirésonances du système considéré alors que celles-ci sont déterminantes dans la génération d'harmoniques pairs dans les signaux de pression en auto-oscillation. Si la troncature ne conserve que les  $N$  premières fréquences de résonance, alors il manque la résultante basse fréquence des modes supérieurs négligés, ce qui a pour conséquence de déséquilibrer les minimums de la courbe d'impédance.

Ce phénomène se manifeste également au niveau du coefficient de réflexion. Son module présente des oscillations autour du module du coefficient de réflexion de référence, tout en ayant la bonne valeur aux fréquences de résonance (cf Fig. 2.10). Rétablir les modes supérieurs (cf Fig. 2.11) ou apporter une contribution au comportement équivalent dans cette bande de fréquences corrige ces oscillations non voulues, ce qui doit également permettre une génération correcte des harmoniques pairs dans le cas des auto-oscillations dans un tuyau cylindrique – aux résonances quasi impaires.

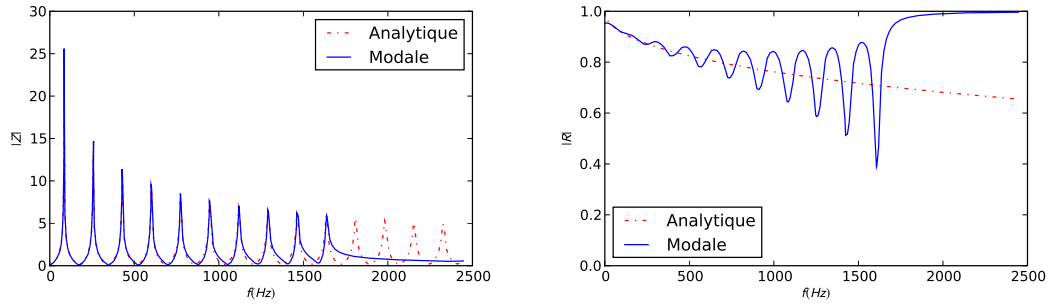
Cependant le coefficient de réflexion met en évidence un autre problème de la décomposition modale. L'expression modale de l'impédance fait apparaître une décroissance vers 0 de son module en hautes fréquences, ce qui implique que le coefficient de réflexion tend vers  $-1$ , soit un résonateur n'absorbant pas d'énergie en hautes fréquences. Dans les systèmes usuels, les divers phénomènes dissipatifs (viscosité, chaleur, relaxation) ont des effets de plus en plus importants avec la fréquence et entraînent que l'énergie injectée dans le processus est dissipée dans cette bande spectrale, de sorte que le coefficient de réflexion décroisse vers 0 et l'impédance d'entrée vers l'impédance caractéristique  $Z_c = \rho c/S$ . Une manifestation de ce problème de modélisation surgit lors de la synthèse sonore numérique en résolvant le système d'équations adaptées au domaine numérique avec une fréquence d'échantillonnage  $F_e$ . Si l'impédance tend vers 0 à la fréquence de Nyquist  $F_e/2$ , alors l'admittance diverge, ce qui donne naissance à des instabilités numériques sous forme d'oscillations à la fréquence  $F_e/2$  dans les signaux de débit en particulier (cf Fig. 2.12).

Les représentations temporelles apportent une vision complémentaire des problèmes qui peuvent intervenir lorsque l'on cherche à modéliser un système propagatif avec des conditions aux limites données en une combinaison d'oscillateurs harmoniques, c'est-à-dire par une somme finie de systèmes à réponse instantanée. Chaque paire de pôles conjugués apporte à la réponse impulsionnelle  $h(t)$  (c'est-à-dire la transformée de Fourier inverse de l'impédance d'entrée) une contribution de la forme :

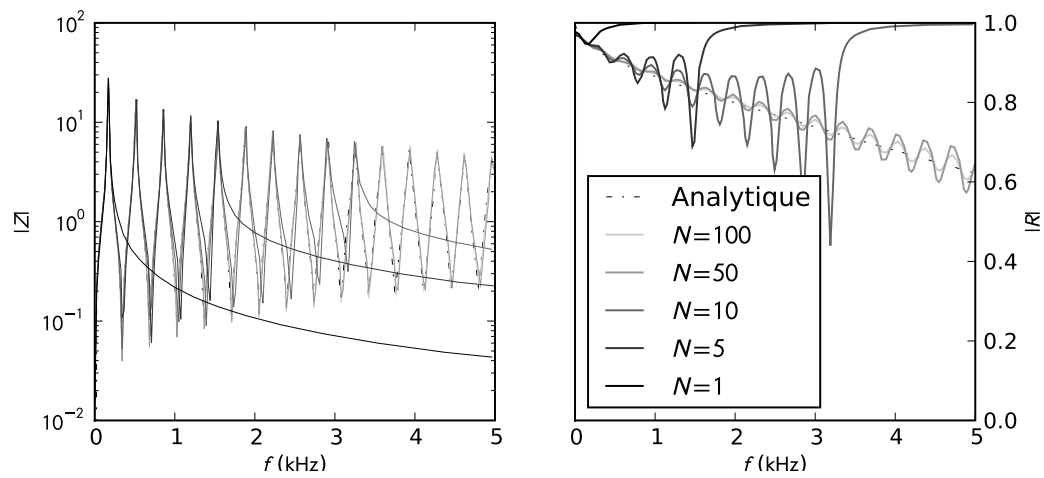
$$\begin{aligned} h(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} 2|C_n| e^{-\Re(s_n) t} \cos(\Im(s_n) t - \arg C_n) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} 2e^{-\Re(s_n) t} (\Re(C_n) \cos(\Im(s_n) t) + \Im(C_n) \sin(\Im(s_n) t)). \end{aligned} \quad (2.52)$$

Dans le cas d'un système non dispersif comme dans le cas d'un modèle de pertes indépendantes de la fréquence (*modèle de Raman*), la réponse impulsionnelle est un peigne de Dirac

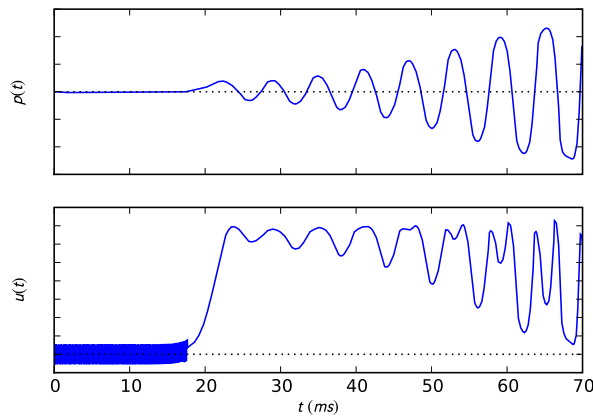
1. L. de Broglie, *Certitudes et incertitudes de la science*, Albin Michel, 1966



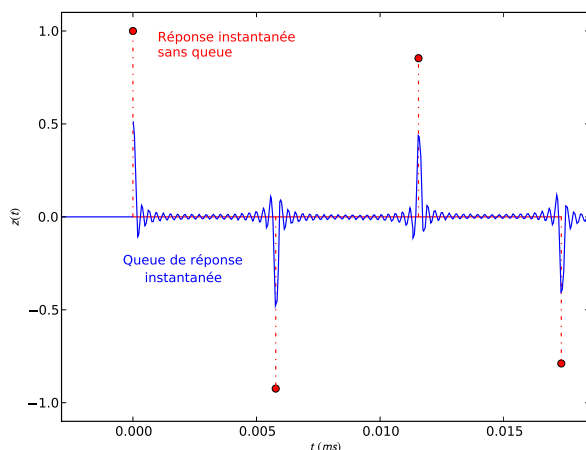
**Figure 2.10** – Impédance d'entrée d'un tuyau cylindrique de longueur  $L = 1\text{m}$  et de rayon  $r = 7\text{mm}$  non rayonnant : solution analytique et solution modale tronquée à 10 modes. Modules (a) de l'impédance et (b) du coefficient de réflexion.



**Figure 2.11** – Impédance d'entrée et coefficient de réflexion associé pour  $L = 0.5\text{m}$ ,  $r = 7\text{mm}$ ,  $f_a = 1250\text{Hz}$ ,  $q_a = 0.5$  et  $k_a \Delta l_d = 0$ . Influence de nombre de pôles considéré.



**Figure 2.12** – Évolutions temporelles des signaux de pression et de débit obtenus par synthèse sonore avec un modèle numérique modal d'impédance d'entrée du résonateur. Le signal de débit présente, avant la mise en auto-oscillation physiquement justifiée, des oscillations à la fréquence de Nyquist liées à l'annulation de l'impédance à cette fréquence.



**Figure 2.13** – Réponse impulsionnelle d'un cylindre (modèle de Raman, marqueurs o et pointillés) et son approximation modale (20 modes pris en compte, trait plein).

dont les amplitudes forment une série géométrique dont la raison dépend du coefficient de pertes (cf Fig. 2.13). La méthode de décomposition modale revient à approcher ce peigne de Dirac par sa série de Fourier tronquée : les impulsions successives sont transformées en lobes dont la largeur est liée à la fréquence du dernier mode considéré. C'est en quelque sorte un fenêtrage fréquentiel de l'impédance qui est fait lors de la troncature, ce qui devient une convolution des impulsions par des fonctions de type sinc. D'une part, la réponse instantanée ( $t = 0$ ) ne doit pas présenter de queue du fait de la propagation dans un guide avant le retour d'un front d'onde (sauf en cas de réflexion instantanée comme par exemple dans un saxophone) . Avec l'approche modale, une queue suit l'impulsion initiale. D'autre part, la troncature de la décomposition modale modifie l'amplitude des impulsions (qui sont devenues des lobes) en oubliant la contribution des modes supérieurs dans la reconstruction des impulsions. En particulier, dans le cas d'un système sans réflexion instantanée, l'amplitude de l'impulsion initiale de la réponse  $h(t)$  devrait être d'amplitude unité. La troncature écrête cette impulsion, créant de manière artificielle une réflexion instantanée.

### Terme correctif

Comme mentionné ci-dessus, la troncature de la décomposition modale a un effet gênant lors de la synthèse sonore par calcul d'auto-oscillations avec un résonateur donné sous forme modale tronquée, justifiant ainsi les précautions mentionnées par Gazengel *et coll.* [80]. Ce défaut ne se fait pas sentir dans la simulation temporelle (avec l'implémentation détaillée dans le chapitre 6) du fait de l'absence de notion de fréquence d'échantillonnage (le calcul est réalisé avec un pas de temps variable et non par pas de temps fixe). Le paragraphe qui suit est destiné à présenter le terme correctif de la décomposition modale tronquée. Bien que le modèle à temps continu ait aussi un comportement à corriger en basses fréquences avec des hauteurs de pics d'admittance incorrects (ce qui donne des harmoniques pairs trop forts dans le signal de pression), nous nous sommes concentrés dans un premier temps sur le modèle numérique de résonateur modal qui est en plus très sensible à la valeur de l'impédance à la fréquence d'échantillonnage. Un travail similaire est encore à réaliser sur le modèle à temps continu pour être ensuite intégré à l'implémentation Moreesc (cf. Chap. 6).

Par la suite, nous appelons *bande piquée* la bande de fréquence dans laquelle se trouvent

les pics d'impédance qui sont pris en compte, et *bande tronquée* la bande de fréquence contenant les résonances qui sont ignorées et donc tronquées dans la série modale.

Il s'agit de définir un terme complémentaire tel que :

1. la contribution des modes supérieurs dans la *bande piquée* basses fréquences restitue les pics d'admittance,
2. l'impédance converge vers l'impédance caractéristique  $Z_c$  dans la *bande tronquée*,
3. l'impulsion initiale de la réponse impulsionnelle de l'impédance totale soit d'amplitude unité.

Avec Philippe Guillemain, une proposition a été présentée au colloque du projet Anr Consonnes tenu en janvier 2009. Les contraintes énoncées ci-dessus amènent à quatre équations (justification ci-après) ce qui a motivé la recherche d'un terme correcteur de la forme'

$$C(\omega) = \frac{c_1 j\omega - c_2 \omega^2}{1 + c_3 j\omega - c_4 \omega^2} \quad (2.53)$$

avec une transposition dans le domaine numérique par le filtre

$$C(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} \quad (2.54)$$

à ajouter à l'impédance modale tronquée :

$$Z_e(\omega) \simeq \sum_{n=1}^N Z_n(\omega) + C(\omega). \quad (2.55)$$

Les exigences impliquent au niveau des coefficients  $a_i$  et  $b_i$  les relations suivantes :

1. Réponse instantanée d'amplitude unité :

$$1 = \sum_{n=1}^N z_n[0] + b_0. \quad (2.56)$$

Il est important de noter que la valeur de  $b_0$  et donc aussi des autres coefficients dépend de la manière dont est numérisé un mode. Il existe diverses méthodes pour transposer dans le domaine numérique (temps discret – transformée en  $z$ ) une fonction de transfert exprimée dans le domaine analogique (temps continu – transformées de Fourier et de Laplace). Chacune présente des avantages et des inconvénients et il n'existe pas de méthode universelle (pour plus de détails, cf. Ref. [187]). Notre choix s'est porté sur la technique d'invariance de la réponse impulsionnelle, en lien avec le critère défini précédemment concernant l'amplitude de la réponse impulsionnelle instantanée.

2. Comportement asymptotique en *bande tronquée* :

$$C(z = -1) = \frac{b_0 - b_1 + b_2}{1 + a_1 - a_2} = 1, \quad (2.57)$$

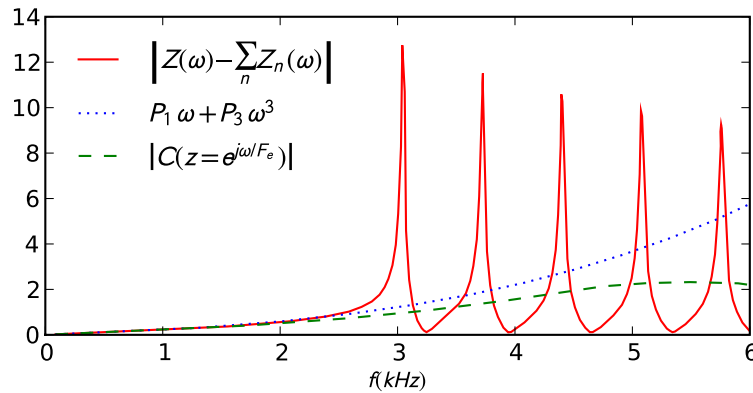
ce qui correspond à une convergence de ce terme correctif vers l'impédance caractéristique  $Z_c$  (1 en impédance réduite) quand la fréquence numérique approche la fréquence de Nyquist  $F_e/2$  soit  $z \rightarrow -1$ .

3. Ajustement du correcteur sur le comportement du reste de la troncature dans la *bande piquée* :

$$\left| Z_e(\omega) - \sum_{n=1}^N Z_n(\omega) \right| \simeq 0 + P_1\omega + P_3\omega^3 \simeq \left| C(z = e^{j\frac{\omega}{F_e}}) \right| \quad (2.58)$$

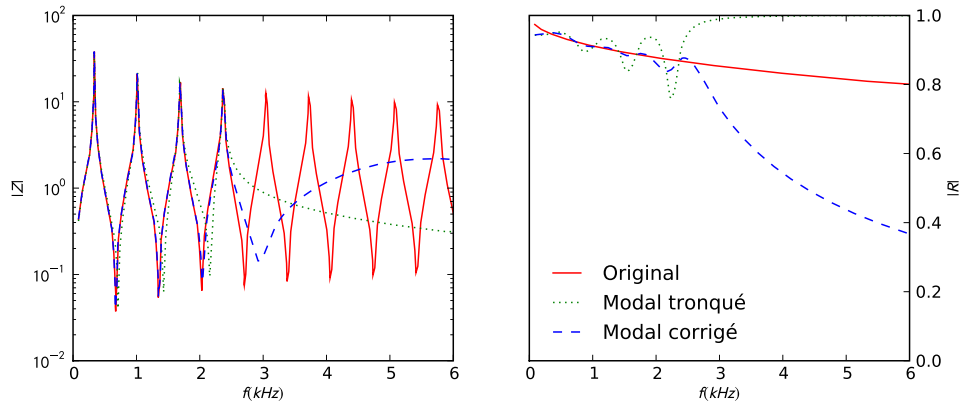
Le comportement approché en basses fréquences du module d'un filtre passe-haut ne contient que des termes de puissance impaire en  $\omega$  (puissances paires pour un filtre passe-bas, avec un raisonnement limité aux coefficients  $a_i$  et  $b_i$  réels). Ceci justifie le choix de l'approximation  $P_1\omega + P_3\omega^3$ . Les valeurs numériques de  $P_1$  et  $P_3$  sont estimées par ajustement de cette approximation sur le module du reste de la troncature.

L'ensemble de ces contraintes aboutit à un système dont les inconnues sont les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  du terme correcteur et qui peut être résolu par un logiciel de calcul formel. La figure 2.14 montre le comportement du terme correcteur dans l'intervalle fréquentiel où les résonances sont prises en compte :  $C(z)$  apporte la contribution élastique qui manque à la décomposition modale tronquée. Ceci est confirmé par la figure 2.15 : en bande piquée, les résonances et les antirésonances de l'impédance d'entrée du résonateur cylindrique sont mieux restituées, ce qui se traduit par des oscillations plus faibles du module du coefficient de réflexion. De plus, le comportement asymptotique vers l'impédance caractéristique en bande tronquée assure la décroissance de  $|R(\omega)|$  en accord avec un modèle de pertes augmentant avec la fréquence.



**Figure 2.14** – Interpolation (courbe en pointillés) du module du reste de la troncature de la décomposition modale à 4 modes (courbe en trait plein) et comportement du terme correcteur dans la bande piquée (courbe en trait discontinu).

Revenons sur la synthèse sonore numérique évoquée plus haut. Elle consiste à traduire les équations de comportement de l'anche, de l'écoulement et de l'acoustique du résonateur par des équations aux différences entre les grandeurs échantillonnées que sont la pression dans le bec, le déplacement de l'anche et le débit entrant dans l'instrument. Diverses manières de transposer l'impédance d'entrée du résonateur dans le domaine en  $z$  sont possibles – cf Sec. 6.1 pour une revue détaillée – et reposent toutes sur certaines hypothèses à défaut d'écrire la convolution avec la réponse impulsionnelle complète du tuyau. L'intérêt de la décomposition modale est de fournir une expression de l'impédance d'entrée sous la forme d'une association de systèmes élémentaires en la variable de Laplace  $s$  aisément transposable dans le domaine numérique, par exemple en estimant les coefficients du filtre numérique associé par la méthode de l'invariance de la réponse impulsionnelle. Chaque composante modale de l'impédance d'un tube cylindrique sans rayonnement ni débit d'anche contribue à



**Figure 2.15** – Modules de l'impédance d'entrée et du coefficient de réflexion : expressions analytique (trait plein), modale tronquée (pointillés), et modale avec terme correcteur (trait discontinus).

réponse impulsionnelle avec une sinusoïde amortie causale :

$$z_n(t) = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega_n t) \Theta(t), \quad (2.59)$$

de sorte que le filtre numérique obtenu en calculant la transformée en  $z$  de ce signal soit :

$$Z_n(z) = A \frac{1 - z^{-1} e^{-\alpha/F_e} \cos(\omega_n T_e)}{1 - 2z^{-1} e^{-\alpha/F_e} \cos(\omega_n T_e) + z^{-2} e^{-2\alpha/F_e}} \quad (2.60)$$

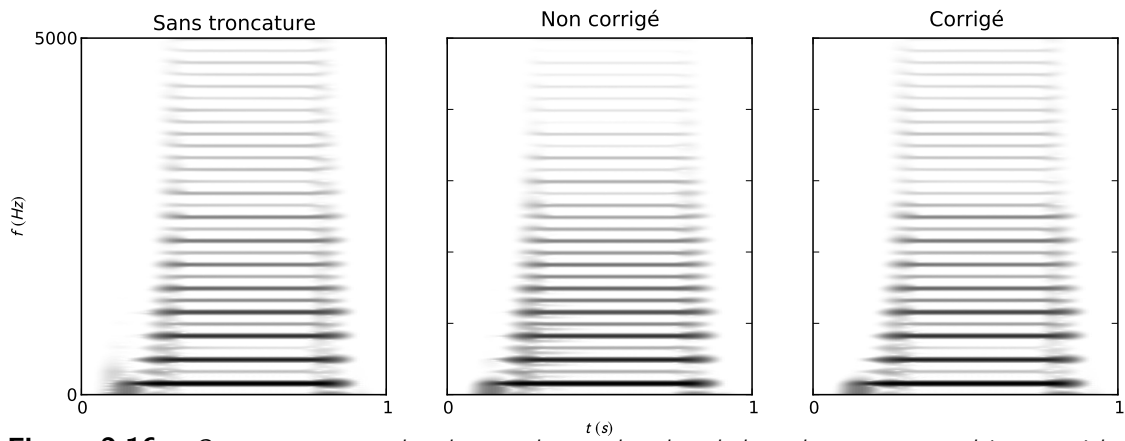
et que l'équation aux différences permettant de calculer la réponse de la composante  $p_n[k]$  à une excitation en débit  $u[k]$  s'écrit :

$$p_n[k] = 2e^{-\alpha/F_e} \cos(\omega_n T_e) p_n[k-1] - e^{-2\alpha/F_e} p_n[k-2] + A \left( u[k] - e^{-\alpha/F_e} \cos(\omega_n T_e) u[k-1] \right). \quad (2.61)$$

et la pression dans le bec :

$$p[k] = \sum_{n=1} p_n[k] \quad (2.62)$$

Avec le terme correcteur présenté précédemment et la numérisation de la partie acoustique modale, en y joignant le filtre en  $z$  décrivant la dynamique d'anche et l'équation donnant le débit, la synthèse aboutit à des signaux ne présentant plus les instabilités d'origine numérique (cf Fig. 2.12). De plus, la comparaison des spectrogrammes (cf Fig. 2.16) montre que l'équilibre entre harmoniques pairs et impairs est amélioré par l'introduction du terme correcteur, ainsi que la présence d'harmoniques au-delà du dernier mode de l'impédance pris en compte.



**Figure 2.16** – Spectrogrammes des signaux de pression dans le bec obtenus par synthèse numérique avec un résonateur modal sans troncature (à gauche, modes jusqu'à  $F_e/2$ ), avec troncature à 4 modes sans et avec terme correcteur (au milieu et à droite respectivement). Tuyau cylindrique de 50cm non rayonnant, anche résonnant à 1500Hz avec un amortissement de  $q_a = 0.4$ , pression dans la bouche variant de 0 à 48% de la pression de placage statique.

## **Deuxième partie**

# **Étude théorique et numérique des seuils d'oscillation**



## Chapitre 3

# Étude théorique et numérique des seuils d'oscillation

### Sommaire

---

#### 3.1 Analyse linéaire de stabilité : méthode

##### 3.1.1 Modèle utilisé

##### 3.1.2 Équation caractéristique du système linéarisé

##### 3.1.3 Stratégie de recherche des seuils

#### 3.2 Résultats de l'étude de stabilité

##### 3.2.1 Effet de la résonance d'anche

##### 3.2.2 Effet de l'amortissement de l'anche

##### 3.2.3 Effet des pertes dans le tuyau

##### 3.2.4 Facilité accrue pour une anche faiblement amortie

##### 3.2.5 Effet de la résistance à l'écoulement dans le tuyau

##### 3.2.6 Effet du débit d'anche

##### 3.2.7 Effet du conduit vocal

#### 3.3 Nature de la bifurcation

#### 3.4 Conclusion

---

La production du son dans les instruments de musique à anche simple est le résultat de l'établissement d'oscillations entretenues de l'anche et de la colonne d'air. Ce phénomène rentre dans la classe des vibrations induites par un écoulement, comme c'est également le cas des vibrations d'édifices (bâtiments et ponts) sous l'effet du vent, des déplacements des structures off-shore, de la génération de bruit dans les conduites avec diaphragme, des ronflements [6], des contractions de vaisseaux sanguins [10], des vibrations de la tête de lecture d'un disque dur de stockage numérique par écoulement entre les plateaux tournants [106], et bien d'autres exemples. . . Blevins [30] propose une revue théorique et expérimentale de cette classe de vibrations.

Dans de tels systèmes, une grande variété de régimes peuvent prendre place, du régime d'équilibre statique aux régimes d'oscillations périodiques en passant par les comportements chaotiques complexes. Une première étape dans l'étude de la classe d'oscillateurs dont font partie les instruments à vent est l'analyse de la stabilité de la solution triviale, notamment l'équilibre mécanique de l'anche, dans le but de déterminer sous quelles conditions le régime statique ne peut plus être observé, sa déstabilisation correspondant à une bifurcation vers un autre régime, d'oscillation ou non. Différents paramètres de contrôle associés aux actions possibles du musicien peuvent contribuer à provoquer la mise en oscillation, en particulier la

pression qui s'établit dans la bouche lorsque l'instrumentiste souffle dans le bec, ainsi que la force avec laquelle il appuie sa lèvre inférieure sur l'anche contrôlant ainsi l'ouverture par laquelle l'air s'engouffre dans l'instrument. Parmi ces grandeurs, le paramètre de bifurcation qui sera utilisé ici est la pression buccale, notamment en raison de sa pertinence du point de vue pratique instrumentale puisqu'elle est le principal moyen d'établissement de l'oscillation dans la technique de jeu «française» [78, 19]. De plus l'estimation de la pression buccale nécessaire à la production d'un son constitue une première évaluation de la facilité de jeu, préalable aux questions d'expressivité et d'interprétation musicale d'une œuvre.

La littérature fournit diverses méthodes théoriques pour l'étude de la stabilité de l'équilibre et plusieurs ont été appliquées au cas des instruments de musique à anche simple. Avec un formalisme proche de l'automatique, on considère ce problème comme celui de la stabilité des oscillations « libres » dans un système bouclé, avec une hypothèse de petites amplitudes qui permet de linéariser le comportement de ce système autour d'un point de fonctionnement. L'analyse de stabilité est alors dite *linéaire*. La résolution de ce problème est grandement simplifiée si l'étude se fait dans le domaine fréquentiel en considérant les diverses résonances du système de manière indépendante ([15, 21, 76, 158, 40, 172] pour les anches simples, [68] pour les cuivres et [74] pour une généralisation). L'analyse linéaire de stabilité peut encore être menée en considérant une étude des valeurs propres du système dynamique, la perte de stabilité correspondant à la valeur du paramètre de bifurcation pour laquelle une des valeurs propres voit sa partie réelle devenir positive ([47] dans le cas des cuivres, [157] pour les cordes vocales, [104] pour les cordes frottées). Les valeurs des seuils d'oscillation obtenues théoriquement et/ou numériquement ont été comparées aux mesures réalisées sur bouches artificielles ([15, 190, 52, 51] pour les anches simples, [47] pour les anches lippales, et [169, 123, 157, 39] pour les cordes vocales).

Au cours de ce chapitre, nous nous intéresserons aux seuils d'instabilité du régime statique de l'ensemble instrument-instrumentiste afin de comprendre quels sont les phénomènes prépondérants dans le démarrage des auto-oscillations de la colonne d'air et de l'anche. À la manière de Wilson & Beavers [190], nous verrons l'influence de la longueur de la colonne d'air, de l'amortissement de l'anche ainsi que celle du débit secondaire produit par le mouvement de l'anche. La majeure partie de ce chapitre fait l'objet d'une article publié dans le *Journal of the Acoustical Society of America* [166]. Une extension des travaux de ce chapitre porte sur le cas des anches lippales, dites *en-dehors*, et a fait l'objet d'une communication à l'ISMA'07 qui est reportée en annexe B. Un formalisme similaire à celui qui suit peut être développé mais, si l'écriture est duale, les résultats ne le sont point.

### 3.1 Analyse linéaire de stabilité : méthode

Dans le but de répondre à la question de la stabilité de la position de l'anche en présence d'un écoulement à travers le canal d'anche, il est possible d'apporter des éléments de réponse grâce à une classique analyse linéaire de stabilité. Cette technique consiste à considérer de petites oscillations harmoniques autour d'un point de fonctionnement et à prédire la limite entre les cas de vibrations amorties jusqu'à leur extinction, et d'oscillations amplifiées jusqu'à ce qu'un mécanisme de saturation vienne limiter leur amplitude. Du fait de l'hypothèse de petite oscillation, il est possible de supposer linéaire le comportement du système complet par rapport aux faibles variations des quantités oscillantes. La non-linéarité n'est alors perçue que par la valeur moyenne des grandeurs. Ceci ne permet bien évidemment pas l'étude des grandes oscillations où le caractère non linéaire du système bouclé permet l'établissement de vibrations d'amplitude finie. De telles analyses ont déjà été réalisées dans le domaine de

l'acoustique musicale, une revue est donnée par Fletcher [75].

### 3.1.1 Modèle utilisé

Afin de pouvoir séparer les effets de l'amortissement d'anche, du débit d'anche et des phénomènes dissipatifs dans le résonateur acoustique, l'impédance d'entrée du conduit  $Z_e(\omega)$  reliant, dans le domaine fréquentiel, la pression  $P(\omega)$  au débit  $U_e(\omega)$  à l'entrée de la colonne d'air sera dans ce chapitre modélisée par l'expression classique faisant intervenir un terme de propagation et un terme dissipatif [112] :

$$Z_e(\omega) = \frac{P_e(\omega)}{U_e(\omega)} = jZ_c \tan(k(\omega)L - j\alpha(\omega)L) \quad (3.1)$$

avec  $L$  la longueur du tuyau et  $\alpha$  est le terme dissipatif qui sera explicité par la suite.

En se basant sur les justifications présentées dans la revue bibliographique, le comportement dynamique de l'anche est modélisé par un système à un unique degré de liberté entre la section d'ouverture  $s_c(t)$  du canal d'anche et la différence de pression entre les deux faces du roseau ( $p_m(t)$  côté bouche et  $p_{bec}(t)$  côté bec) :

$$\frac{d^2 s_c}{dt^2} + q_a \omega_a \frac{ds_c}{dt} + \omega_a^2 (s_c(t) - s_0) = \frac{\omega_a^2}{K_a} (p_e(t) - p_m(t)), \quad (3.2)$$

avec  $K_a$  gain statique entre section d'ouverture et différence de pression,  $\omega_a$  et  $q_a$  étant la pulsation et le coefficient d'amortissement associés à la résonance de l'anche prise en compte. Dans le domaine fréquentiel, cette relation s'écrit :

$$S_c(\omega) = D(\omega) \frac{P_e(\omega) - P_m(\omega)}{K_a} \text{ avec } D(\omega) = \frac{\omega_a^2}{\omega_a^2 + jq_a \omega \omega_a - \omega^2}. \quad (3.3)$$

Pour la suite de ce chapitre, la pression buccale joue le rôle de paramètre de bifurcation et est considéré comme quasi statique, soit  $P_m(\omega) = 0$  (à l'exception de la section 3.2.7). Dans son mouvement, l'anche produit un débit supplémentaire à celui qui s'établit du fait de la différence de pression entre la bouche et le bec. Ce débit additionnel peut être caractérisé

- soit par la cause qui lui a donné naissance, c'est-à-dire la surface efficace pulsante  $S_a$  définie par Thompson [176] qui dépend de la déformation de l'anche et qui est associée au déplacement moyen  $W(0, t)$  de la pointe de l'anche :

$$u_a(t) = S_a \frac{dW(0, t)}{dt} \text{ avec } \frac{dW(0, t)}{dt} S_a = \iint_{\sigma} \frac{dW(M, t)}{dt} d\sigma(M), \quad (3.4)$$

ou de manière équivalente avec le coefficient  $b$  défini dans le chapitre 2.

- soit par son effet majeur, à savoir un déplacement des fréquences de jeu constaté par Nederveen [141] et Gazengel *et coll.* [80] qui peut être quantifié par une longueur  $\Delta l_a$  :

$$Z_c U_a(\omega) = -jk \Delta l_a D(\omega) P_e(\omega). \quad (3.5)$$

Par rapport aux expressions fournies dans ces références, le comportement fréquentiel de l'anche a été ajouté.

L'équivalence entre les quantités  $b$  et  $S_a$  provient de la réduction de l'intégrale de surface Eq. (3.4), et celle entre  $b$  et  $\Delta l_a$  de la relation de dynamique d'anche :

$$\iint_{\sigma} \frac{dW(M, t)}{dt} d\sigma(M) = S_a \frac{dW(0, t)}{dt} = -b \frac{ds_c(t)}{dt} \text{ et } \Delta l_a = Z_c \frac{bc}{K_a} \quad (3.6)$$

Il est intéressant de souligner que le champ de déformation de l'anche varie avec la fréquence, il en résulte que la surface pulsante  $S_a$  et la longueur  $\Delta l_a$  sont en toute rigueur des quantités dépendantes de la fréquence. Pour de fortes amplitudes de pression, le comportement de l'anche devient non linéaire et les quantités  $S_a$  et  $\Delta l_a$  dépendent de l'amplitude des oscillations.

Concernant l'écoulement entrant dans l'instrument, la modélisation par un écoulement de Bernoulli stationnaire à travers une ouverture de section  $s_c(t)$  a été justifiée par Hirschberg [97] :

$$u_c(t) = s_c(t) \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{p_m(t) - p_e(t)}. \quad (3.7)$$

Avec les conventions de signe choisies ici, le débit  $u_a$  produit par le mouvement de l'anche s'ajoute au débit  $u_c$  entrant à travers le canal pour exciter acoustiquement la colonne d'air avec un débit  $u_e$  lié à la pression  $P_e(\omega)$  dans le bec par l'impédance d'entrée du résonateur  $Z_e(\omega)$  :

$$\begin{aligned} U_e(\omega) &= U_c(\omega) + U_a(\omega) \\ U_c(\omega) &= U_e(\omega) - U_a(\omega) \\ &= Z_e(\omega)^{-1} P_e(\omega) + j\omega b S_c(\omega), \end{aligned} \quad (3.8)$$

soit une admittance vue au niveau du canal :

$$Y_c(\omega) = Z_e(\omega)^{-1} + j\omega \frac{b}{K_a} D(\omega) \quad (3.9)$$

c'est-à-dire la mise en parallèle de l'impédance acoustique de la colonne d'air et celle associée au mouvement de l'anche.

**Interprétation en termes de correction de longueur** Une approche classique en acoustique musicale [186, 141] considère les fréquences de résonance du système passif comme une bonne approximation des fréquences de jeu sans prendre en compte le bouclage non linéaire avec la source d'énergie. En suivant une telle approche et en faisant l'hypothèse d'un système sans pertes (tuyau parfait  $Z_e(\omega) = jZ_c \tan(kL)$  et anche sans masse  $D(\omega) = 1$ ), il est possible d'explicitier l'admittance totale de la partie passive du système bouclé musicien-instrument :

$$Y_{\text{tot}}(\omega) = -j \frac{1}{Z_c} \cot(kL) + j\omega \frac{b}{K_a}. \quad (3.10)$$

Les résonances à considérer sont celles de l'impédance totale, ce qui revient à rechercher les antirésonances de l'admittance. Dans ce cas simplifié, elles correspondent aux racines de l'équation transcendante en  $kL$  :

$$kL \frac{Z_c b c}{K_a L} = \cot(kL). \quad (3.11)$$

Tant que le rapport  $(Z_c b c)/(K_a L)$  ne devient pas trop grand, une solution approchée peut être donnée à l'ordre 1 en supposant que la solution exacte est relativement proche d'une résonance de la colonne d'air  $kL = (2n - 1)\pi/2 + \varepsilon$  :

$$\begin{aligned} kL \frac{Z_c b c}{K_a L} &= \cot(kL) \sim \left( (2n - 1) \frac{\pi}{2} - kL \right) \\ (2n - 1) \frac{\pi}{2} &= kL \left( 1 + \frac{b c Z_c}{K_a L} \right) = k(L + \Delta l_a) \end{aligned} \quad (3.12)$$

À ce stade, il devient possible d'évaluer une longueur équivalente  $L + \Delta l_a$  telle que les fréquences de résonance du système considéré soient celles d'une colonne d'air idéale de longueur  $L'$  en basses fréquences. La quantité  $\Delta l_a$  due à la prise en compte du débit d'anche apparaît avec ces hypothèses comme une correction de longueur :

$$\Delta l_a = \frac{\rho c^2}{K_a} \frac{b}{S}. \quad (3.13)$$

Il est intéressant de voir que cette correction de longueur fait intervenir le rapport de la « surface pulsante »  $b$  à la section  $S$  des ondes planes dans le résonateur acoustique, ainsi que le rapport des élasticités de l'air ( $\rho c^2 = 1/\chi_S$  avec  $\chi_S$  coefficient de compressibilité adiabatique) et de l'anche (coefficient élastique  $K_a$ ). Le débit d'anche est d'autant plus important d'un point de vue du décalage de la fréquence de résonance du système passif complet que l'anche est souple ( $K_a$  petit) et vibre sur une grande longueur ( $b$  grand), c'est-à-dire lorsque l'on s'écarte de l'hypothèse d'une paroi fixe à l'extrémité amont du tuyau.

### 3.1.2 Équation caractéristique du système linéarisé

La partie passive est décrite dans le domaine fréquentiel par l'admittance vue depuis le canal :

$$Y_c(\omega) = \frac{1}{Z_e(\omega)} + j \frac{k \Delta l_a}{Z_c} D(\omega). \quad (3.14)$$

Le mécanisme d'apport d'énergie ne peut, quant à lui, pas être représenté de manière directe sous forme de grandeurs dépendantes de la fréquence du fait de son comportement non linéaire. Dans le cadre de l'analyse linéaire de stabilité, il convient de considérer des grandeurs de pression et débit acoustiques et de déplacement de l'anche variant de manière sinusoïdale avec une amplitude arbitrairement faible autour de valeurs moyennes :

$$p_m(t) = p_{m,eq} + P_m e^{j\omega t} + P_m^* e^{-j\omega t}, \quad (3.15)$$

$$p_e(t) = p_{e,eq} + P_e (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}), \quad (3.16)$$

$$u_c(t) = u_{c,eq} + U_c e^{j\omega t} + U_c^* e^{-j\omega t}, \quad (3.17)$$

$$s_c(t) = s_{c,eq} + S_c e^{j\omega t} + S_c^* e^{-j\omega t}, \quad (3.18)$$

avec les hypothèses de stationnarité de la pression dans la bouche ( $P_m = 0$ ) et d'impédance acoustique nulle à la fréquence nulle ( $p_{e,eq} = 0$ ) et une référence de phase prise sur la pression dans le bec. L'expression du débit entrant dans la chambre du bec devient alors :

$$\begin{aligned} u_{c,eq} + U_c e^{j\omega t} + U_c^* e^{-j\omega t} \\ = \sqrt{\frac{2}{\rho}} (s_{c,eq} + S_c e^{j\omega t} + S_c^* e^{-j\omega t}) \sqrt{p_{m,eq} - P_e (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

La linéarisation de la caractéristique de débit en supposant les variations de petite amplitude devant les valeurs à l'équilibre statique conduit à :

$$u_{c,eq} + U_c e^{j\omega t} + U_c^* e^{-j\omega t} \sim s_{c,eq} \sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}} \left( 1 + \left( \frac{S_c}{s_{c,eq}} - \frac{P_e}{2p_{m,eq}} \right) e^{j\omega t} + \left( \dots \right)^* e^{-j\omega t} \right). \quad (3.20)$$

L'identification de la valeur moyenne et de la composante oscillant à la pulsation  $(+\omega)$  du débit entrant aboutit à :

$$u_{c,eq} = s_{c,eq} \sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}} \quad (3.21)$$

$$U_c(\omega) = s_{c,eq} \sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}} \left( \frac{S_c(\omega)}{s_{c,eq}} - \frac{P_e(\omega)}{2p_{m,eq}} \right). \quad (3.22)$$

Comme annoncé en introduction de ce chapitre, la partie moyenne de la pression dans la bouche est le paramètre de bifurcation qui va contrôler la stabilité ou la déstabilisation du régime statique. Celui-ci correspond, en accord avec l'équation de comportement de l'anche et l'évaluation du débit moyen donnée par l'Eq. (3.21), à :

$$s_{c,eq} = s_0 \left( 1 - \frac{p_{m,eq}}{K_a s_0} \right), \quad (3.23)$$

$$u_{c,eq} = s_0 \left( 1 - \frac{p_{m,eq}}{K_a s_0} \right) \sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}}. \quad (3.24)$$

Quant à la partie oscillante, la modulation du débit entrant s'écrit :

$$U_c(\omega) = \frac{1}{K_a} \sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}} \left( D(\omega) - \frac{K_a s_0 - p_{m,eq}}{2p_{m,eq}} \right) P_e(\omega). \quad (3.25)$$

Le couplage du résonateur passif au mécanisme d'excitation permet d'écrire l'équation caractéristique du système bouclé. En utilisant les équation (3.14) et (3.25), il vient :

$$Y_e(\omega) + j \frac{k \Delta l_a}{Z_c} D(\omega) = \frac{1}{K_a} \sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}} \left( D(\omega) - \frac{K_a s_0 - p_{m,eq}}{2p_{m,eq}} \right). \quad (3.26)$$

Nous introduisons à ce stade les grandeurs adimensionnées suivantes :

$\mathcal{Z}_e(\omega)$  et  $\mathcal{Y}_e(\omega)$  : les impédance et admittance réduites :

$$\mathcal{Z}_e(\omega) = \frac{Z_e(\omega)}{Z_c} \text{ et } \mathcal{Y}_e(\omega) = Z_c Y_e(\omega), \quad (3.27)$$

$\gamma$  : la pression dans la bouche à l'équilibre adimensionnée par la pression nécessaire à la fermeture complète du canal d'anche (si le modèle de comportement de l'anche est supposé valable jusqu'au placage contre la table) :

$$\gamma = \frac{p_{m,eq}}{K_a s_0}, \quad (3.28)$$

$\zeta$  : un paramètre complexe (bien que réel d'un point de vue mathématique) qui prend en compte le rapport des sections du résonateur acoustique  $S$  et du canal d'anche au repos  $s_0$ , ainsi que de la pression  $K_a s_0$  de placage statique :

$$\zeta = Z_c \sqrt{\frac{2s_0}{K_a \rho}}. \quad (3.29)$$

Ce dernier paramètre peut être considéré comme représentatif de l'embouchure réalisée par le musicien sur son anche. En effet, pour une pince donnée ( $K_a s_0$  fixé), le débit maximal qui peut pénétrer dans l'instrument en régime statique (le souffle sans son) est obtenu en

appliquant une pression égale au tiers de la pression de placage statique ( $\gamma = 1/3$ ) et est alors proportionnel au paramètre  $\zeta$  :

$$\max u_{c,eq} = \frac{\zeta}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{K_a s_0}{Z_c}. \quad (3.30)$$

En introduisant ces grandeurs adimensionnées dans l'équation (3.26), on obtient l'équation caractéristique exprimée sous forme compacte :

$$\mathcal{Y}_e(\omega) + jk\Delta l_a D(\omega) = \zeta \sqrt{\gamma} \left( D(\omega) - \frac{1-\gamma}{2\gamma} \right) \quad (3.31)$$

et sous forme décomposée en parties réelle et imaginaire :

$$\Re(\mathcal{Y}_e(\omega)) - k\Delta l_a \Im(D(\omega)) = \zeta \sqrt{\gamma} \left( \Re(D(\omega)) - \frac{1-\gamma}{2\gamma} \right), \quad (3.32)$$

$$\Im(\mathcal{Y}_e(\omega)) + k\Delta l_a \Re(D(\omega)) = \zeta \sqrt{\gamma} \Im(D(\omega)). \quad (3.33)$$

L'expression complexe (3.31) fait apparaître dans le terme de gauche l'admittance réduite du système passif comme la mise en parallèle de l'impédance de la colonne d'air et de celle de l'anche, et dans le terme de droite l'admittance aéro-acoustique réduite décrivant le comportement de l'écoulement pour de petites oscillations de pression dans le bec. Cette relation a été obtenue par la linéarisation de la caractéristique statique débit-pression ; elle n'est par conséquent exacte que pour des vibrations de pulsation  $\omega$  d'amplitude infiniment petite qui ne sont ni amorties ni amplifiées : c'est la *condition d'instabilité du régime statique* par une oscillation limite de pulsation  $\omega$ .

**Seuil d'instabilité du régime statique et seuil d'oscillation :** il est important de noter à ce stade que l'équation caractéristique ne donne aucune indication sur l'existence d'un régime oscillant ou non qui serait atteint après la déstabilisation du régime statique. La réponse ne peut être obtenue que par considération du système d'équations avant linéarisation, c'est-à-dire avec une description du comportement de l'objet d'étude qui puisse faire apparaître une saturation des variables du problème. Toutefois l'équilibre statique est déstabilisé par un mode propre d'oscillation à la pulsation  $\omega$ . On parlera par la suite de *fréquence émergente* en désignant la fréquence de l'oscillation limite même si ce n'est pas obligatoirement la fréquence de l'oscillation qui s'établit après la bifurcation. La question de la nature de la bifurcation qui a lieu au seuil d'instabilité du régime statique sera traitée ultérieurement dans ce chapitre.

### 3.1.3 Stratégie de recherche des seuils

#### Exemple élémentaire : tuyau cylindrique sans pertes et anche sans masse

L'admittance d'entrée du résonateur et la fonction de transfert mécanique de l'anche se simplifient sous ces hypothèses en  $\mathcal{Y}_e(\omega) = -j \cot kL$  et  $D(\omega) = 1$ , soient  $\Re(\mathcal{Y}_e(\omega)) = 0$  et  $\Im(\mathcal{Y}_e(\omega)) = -\cot kL$ ,  $\Re(D(\omega)) = 1$  et  $\Im(D(\omega)) = 0$ . L'équation caractéristique sous forme décomposée (3.32-3.33) permet d'accéder simplement à la pression de seuil et à la fréquence émergente :

$$k\Delta l_a = \cot kL, \quad (3.34)$$

$$\zeta \frac{3\gamma - 1}{2\sqrt{\gamma}} = 0. \quad (3.35)$$

Dans ce cas élémentaire, l'équilibre statique est déstabilisé par l'ensemble des fréquences de résonance du système passif complet (en prenant en compte le débit résultant du mouvement de l'anche) solutions de l'équation transcendante (3.11), et ce pour la même pression d'alimentation  $p_{m,eq} = K_a y_0 / 3$ . En l'absence de phénomène dissipatifs, la limite de stabilité correspondant à la pression pour laquelle l'admittance aéro-acoustique (qui est réelle) devient active : la résistance vue par les ondes acoustique devient négative. C'est le principe de fonctionnement des montages électroniques d'oscillateur à résistance négative ([139], et [38] p.429).

### De la difficulté d'obtenir des résultats analytiques. . .

Il est donné de voir au travers de l'exemple élémentaire que l'obtention du couple pression-fréquence d'instabilité n'est pas triviale. En effet, dans l'exemple élémentaire, la pression de bouche nécessaire à la déstabilisation de l'équilibre statique est aisément accessible, mais ce n'est pas le cas de la fréquence émergente pour laquelle il est nécessaire de résoudre l'équation (3.34) transcendante (sauf dans le cas où le débit d'anche est ignoré). Dans le cas d'un tuyau quelconque et d'une anche sans masse, c'est même l'équation  $\Im m(\mathcal{Y}_e(\omega)) + k\Delta l_a = 0$  qu'il s'agit de résoudre, la pression requise étant liée aux pertes dans le résonateur acoustique par la relation :

$$\Re(\mathcal{Y}_e(\omega)) = \zeta \frac{3\gamma - 1}{2\sqrt{\gamma}} \quad (3.36)$$

ou de manière équivalente

$$\gamma = \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{\gamma}}{3\zeta} \Re(\mathcal{Y}_e(\omega)) \quad (3.37)$$

où l'on voit que l'admittance aéro-acoustique doit devenir active mais de plus compenser le comportement dissipatif du résonateur acoustique.

La représentation du comportement du corps de l'instrument sous forme d'admittance (complexe ou avec les parties réelle et imaginaire séparées) ne permet pas une distinction claire entre la propagation des ondes et les phénomènes de pertes, il est difficile voire impossible de faire apparaître dans l'équation caractéristique l'effet de chacun des phénomènes sur le seuil d'instabilité du régime statique. La résolution étant loin d'être triviale de manière analytique (à défaut de faire des petites approximations élémentaires dans de nombreux cas particuliers), nous présentons ici de manière détaillée la stratégie de résolution de la condition limite de stabilité de l'équilibre statique.

### Calcul numérique des seuils

Le calcul des seuils d'instabilité du régime statique consiste à déterminer pour quelle pression dans la bouche il est possible d'obtenir une oscillation de fréquence inconnue pour une configuration de résonateur et d'embouchure donnée. C'est en fait la résolution en  $(\omega, \gamma)$  de l'équation caractéristique (3.31) pour  $(q_a, \omega_a, \zeta, Z_c, L, \alpha, \Delta l_a)$  fixés. La recherche des solutions est réalisée à l'aide de la méthode hybride de Powell [151]. Il s'agit d'une procédure itérative qui combine les avantages de la méthode de Gauss-Newton et de la méthode du gradient conjugué dans le choix de la direction de descente. L'implémentation numérique utilisée est celle fournie par la librairie MinPack de routines Fortran.

Pour une configuration donnée, il peut exister plusieurs solutions  $(\omega, \gamma)$  associées à des oscillations juste instables. Toutefois c'est la solution présentant la valeur de  $\gamma$  la plus faible qui correspond au seuil d'instabilité du régime statique. Les solutions ayant des valeurs de pression dans la bouche plus fortes n'ont pas de sens puisqu'elles sont obtenues à partir de



la linéarisation du comportement de l'instrument pour de petites variations autour du point d'équilibre statique, lequel n'est plus observable car le régime statique est déjà instable au-delà de la valeur de la solution  $\gamma$  la plus faible.

En dépit de cette remarque, nous utilisons une méthode de continuation pour suivre les familles de solutions lorsque la longueur du tube varie. L'itération initiale est effectuée avec configuration relativement bien étudiée, à savoir un tuyau suffisamment long pour que ses premières fréquences de résonance soient bien plus faibles que la fréquence de résonance de l'anche et pour que l'effet du débit d'anche puisse apparaître comme négligeable de sorte que la fréquence émergente solution soit très proche d'une des premières résonances acoustiques. La longueur du tuyau est ensuite progressivement réduite, et l'initialisation de la recherche de la solution dans la nouvelle configuration utilise la solution de la configuration précédente. La longueur est réduite jusqu'à la valeur la plus petite numériquement possible, soit 0 (ce qui n'est pas le cas de l'expérience réelle où la longueur minimale est déterminée par les dimensions du bec sur lequel est fixée l'anche). En pratique, la pression de seuil augmente jusqu'à la pression de placage statique lorsque le résonateur devient trop court. La boucle itérative est alors interrompue. De plus, la possibilité de fortes variations de la pression de seuil avec la longueur du tube imposent une réduction par pas adaptatifs de ce paramètre de la méthode de continuation.

Les différentes familles de solutions obtenues par continuation sont finalement comparées pour chaque valeur de la longueur du tuyau, le seuil d'instabilité du régime statique étant finalement associé à la solution ayant la pression de seuil la plus faible.

Une autre méthode de recherche des seuils d'instabilité par fréquences complexes sera présentée ultérieurement dans ce chapitre. Elle tire partie de la décomposition modale de l'impédance d'entrée du résonateur acoustique, favorable à une étude en fréquences complexes.

### Présentation des résultats

Dans la section suivante seront présentés les résultats issus des calculs numériques des seuils d'instabilité du régime statique. Les évolutions des pressions au seuil et de la fréquence émergente en fonction de la longueur du tube seront données sous formes de grandeurs adimensionnées :

$k_a L$  quantifie le rapport entre la fréquence de résonance de l'anche et les fréquences de résonances acoustique, puisque ces dernières sont inversement proportionnelles à la longueur  $L$  dans le cas d'un cylindre parfait sans débit d'anche :

$$\frac{\text{fréquence mécanique}}{n\text{-eme fréquence acoustique}} = \frac{k_a}{k_n} = \frac{k_a L}{(2n-1)\frac{\pi}{2}} \propto k_a L, \quad (3.38)$$

$\gamma$  la pression moyenne dans la bouche rapportée à la pression de placage statique :

$$\gamma = \frac{p_{m,eq}}{K_a s_0}, \quad (3.39)$$

$\theta$  la fréquence émergente adimensionnée par la fréquence de résonance de l'anche :

$$\theta = \frac{\omega}{\omega_a}. \quad (3.40)$$

## 3.2 Résultats de l'étude de stabilité

### 3.2.1 Effet de l'existence d'une fréquence de résonance mécanique

Le premier cas de figure qui est traité dans cette section correspond à la configuration idéalisée d'un système sans aucun phénomène dissipatif : tuyau sans pertes ( $\Re(\mathcal{Y}_e(\omega)) = 0$ ) et anche non amortie ( $\Im(D(\omega)) = 0$ ). Le débit d'anche ( $k\Delta l_a \rightarrow 0$ ) étant également ignoré, il vient l'équation caractéristique :

$$\mathcal{Y}_e(\omega) = \zeta\sqrt{\gamma} \left( D(\omega) - \frac{1-\gamma}{2\gamma} \right). \quad (3.41)$$

$$0 = \zeta\sqrt{\gamma} \left( \Re(D(\omega)) - \frac{1-\gamma}{2\gamma} \right), \quad (3.42)$$

$$\Im(\mathcal{Y}_e(\omega)) = 0. \quad (3.43)$$

La partie imaginaire de l'équation permet d'accéder aux fréquences possibles pour une oscillation à la limite de la stabilité du régime statique. Il s'agit des pulsations de résonance (infinie puisqu'il n'y a pas de pertes) acoustique de l'impédance  $\mathcal{Z}_e(\omega)$  (soient les antirésonances de  $\mathcal{Y}_e$ ).

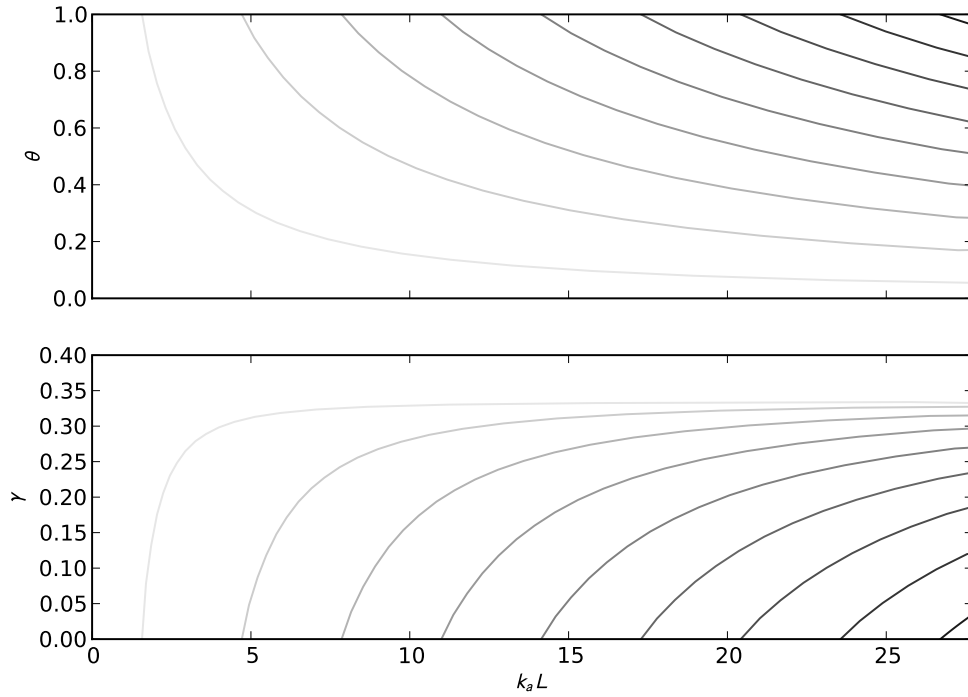
La partie réelle de l'équation caractéristique donne ensuite accès à la dépendance entre la pression de seuil et la fréquence émergente via la relation :

$$\frac{1-\gamma}{2\gamma} = \Re(D(\omega)) = \frac{1}{1-\theta^2} \Rightarrow \gamma = \frac{1-\theta^2}{3-\theta^2}. \quad (3.44)$$

Sur la figure 3.1 sont représentées les différentes solutions  $(\theta, \gamma)$  de la condition limite de stabilité du régime statique. Les fréquences de résonances du tuyau cylindrique idéalisé étant inversement proportionnelles à la longueur du tube et selon les multiples impairs de la première, elles sont symbolisées par le réseau d'hyperboles sur le graphe des fréquences émergentes  $\theta = f(k_a L)$ . Sur le graphe des pressions  $\gamma = f(k_a L)$  figurent les pressions associées à ces fréquences. Comme l'indique l'équation (3.44), la fréquence émergente qui a le seuil de pression le plus faible ( $\gamma = 0$ ) est celle qui est le plus proche de la fréquence de résonance de l'anche ( $\theta = 1$ ).

Dans l'hypothèse d'un système sans phénomènes de dissipation (ni des ondes acoustiques, ni des vibrations de l'anche), le régime statique n'est jamais stable puisqu'il existe toujours une résonance acoustique qui a sa fréquence supérieure à la fréquence de résonance mécanique, et par conséquent une pression de seuil négative : même en l'absence de pression d'alimentation, l'équilibre statique est instable. Ce modèle n'est bien sûr absolument pas réaliste : il impliquerait qu'un bec monté sur un tuyau cylindrique sonnerait à la moindre perturbation : courant d'air, éternuement du clarinettiste, coup droit de pongiste à proximité de l'instrument, battement d'ailes de papillon aux Antilles, etc. . . Paradoxalement, le même modèle avec une fréquence de résonance d'anche infinie serait plus réaliste avec ses pressions de seuil  $\gamma = 1/3$ .

De plus, le cas des dépressions dans la bouche de l'instrumentiste est hors cadre du modèle, car les hypothèses faites sur l'écoulement ne sont plus valables. Toutefois, il apparaît dans cette configuration simplifiée une notion de sélection de la fréquence émergente par l'anche, selon un critère de proximité de fréquences de résonance.



**Figure 3.1** – Solutions de l'équation caractéristique d'un système sans pertes, et sans débit d'anche.  $\zeta = 0.3$ .

### 3.2.2 Effet de l'amortissement de l'anche : une relecture des travaux de Wilson & Beavers.

Cette partie reprend, en offrant plus de détails, une partie de l'article paru dans *Journal of the Acoustical Society of America* [166] qui prolonge les travaux de Wilson & Beavers [190].

En ajoutant le terme d'amortissement de l'anche, l'équation caractéristique prend la forme suivante :

$$0 = \zeta \sqrt{\gamma} \left( \Re(D(\omega)) - \frac{1 - \gamma}{2\gamma} \right), \quad (3.45)$$

$$\Im(\mathcal{Y}_e(\omega)) = \zeta \sqrt{\gamma} \Im(D(\omega)), \quad (3.46)$$

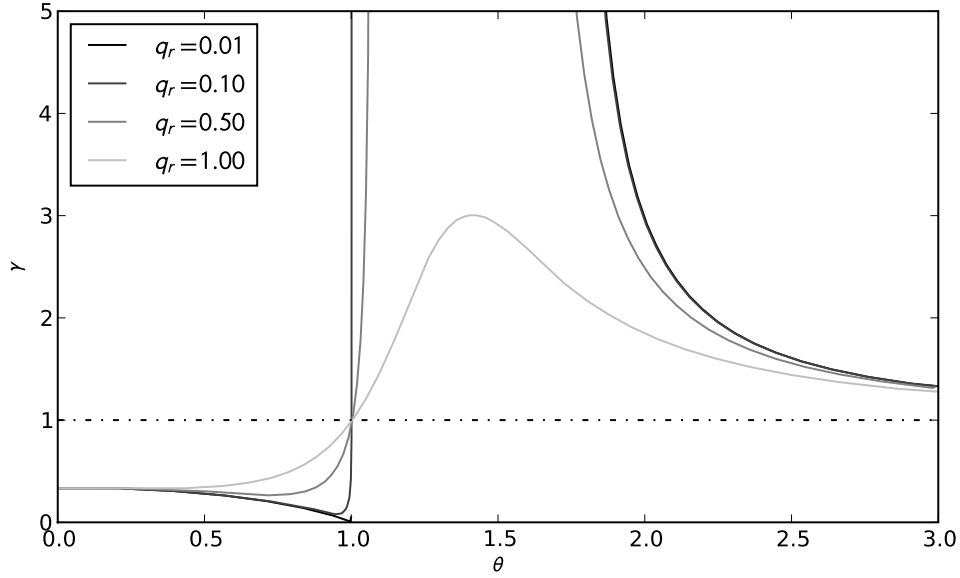
$$\text{avec } \Re(D(\omega)) = \frac{1 - \theta^2}{(1 - \theta^2)^2 + q_a^2 \theta^2} \text{ et } \Im(D(\omega)) = -\frac{q_a \theta}{(1 - \theta^2)^2 + q_a^2 \theta^2}. \quad (3.47)$$

La partie réelle montre une dépendance de la pression de seuil à la fréquence comme dans l'exemple précédent, mais également à l'amortissement  $q_a$  de l'élément mécanique :

$$\frac{1 - \gamma}{2\gamma} = \frac{1 - \theta^2}{(1 - \theta^2)^2 + q_a^2 \theta^2} \Rightarrow \gamma = \frac{(1 - \theta^2)^2 + q_a^2 \theta^2}{(3 - \theta^2)(1 - \theta^2) + q_a^2 \theta^2}. \quad (3.48)$$

La figure 3.2 présente quelques exemples. Une étude sommaire de cette fonction montre l'existence de comportements variés selon que le dénominateur  $(1 - \theta^2)(3 - \theta^2) + (q_a \theta)^2$  s'annule ou non :

**pour des amortissements relativement forts** tels que  $|q_a^2 - 4| < 2\sqrt{3}$  (soit  $q_a$  compris entre 0.73 et 2.73 approximativement), l'expression précédente de  $\gamma$  conduit toujours à une valeur admissible réelle positive.



**Figure 3.2** – Influence de l'amortissement d'ancre sur la pression de seuil en fonction de la fréquence émergente. Tuyau sans pertes, sans prise en compte du débit d'ancre.

**pour de amortissements faibles** ( $q_a < 0.73$ ) ou très forts ( $q_a > 2.73$ , cas plus improbable), il existe une plage de fréquence aboutissant à des pression de seuils négatives, soit une situation impossible selon des raisons expliquées ci-dessus ! Les limites de cet intervalle où il n'y a pas de fréquences émergentes possibles sont déterminées par les racines du polynômes  $(1 - \theta^2)(3 - \theta^2) + (q_a\theta)^2$ . Compte tenu de la faible valeur de  $q_a$ , ces limites sont proches de 1 (plus précisément  $1 + q_a^2/4$  à l'ordre 2 en  $q_a$ ) et  $\sqrt{3}$  (à l'ordre 2 en  $q_a$  :  $\sqrt{3}(1 - q_a^2/4)$ ).

Au-delà de cette distinction, la contrainte de non-placage statique de l'ancre impose une valeur de  $\gamma$  inférieure à 1. Quel que soit l'amortissement, cette condition ne peut être assurée que pour des fréquences émergentes  $\theta < 1$ , comme illustré sur la figure 3.2, où les pressions de seuil deviennent supérieures à la pression de placage statique ( $\gamma = 1$ ) pour les fréquences supérieures à la fréquence de résonance de l'ancre ( $\theta = 1$ ). Notre intérêt se porte donc sur la partie gauche de la figure ( $\theta \in [0, 1]$ ). C'est là qu'est visible la différence de comportement entre une ancre faiblement amortie et une ancre fortement amortie observée et expliquée par Wilson & Beavers [190]. En effet l'étude du minimum de la fonction  $\gamma = f(\theta)$  fait apparaître la distinction suivante :

**pour des amortissements**  $q_a < 1$  , il existe dans ce cas une valeur minimum de seuil obtenue pour  $\theta^2 = 1 - q_a$  :

$$\gamma_0 = \min_{\theta} \gamma = \gamma(\theta^2 = 1 - q_a) = q_a \frac{2 - q_a}{2 + q_a(2 - q_a)}. \quad (3.49)$$

On retrouve alors une configuration similaire à la situation sans pertes aucune (cf. partie 3.2.1), le seuil en pression est d'autant plus faible et proche de 0 (peu de souffle à fournir) que la fréquence émergente est proche de la fréquence de résonance d'ancre, avant de remonter à  $\gamma = 1$  pour  $\theta = 1$ . Ceci contribue donc à une sélection par l'ancre d'une oscillation émergente ayant une fréquence proche de la sienne, comme décrit lors de l'exemple simplifié précédent.

**dans le cas d'amortissements plus importants**  $q_a > 1$ , la pression de seuil croît de manière monotone de la valeur basses fréquences  $\gamma = 1/3$  à la pression de placage statique  $\gamma = 1$ . Dans ce cas d'anche fortement amortie, il n'y a plus de régime d'oscillation préférentiel déterminé par l'élément mécanique. L'oscillation qui déstabilise le régime statique est celui qui a la plus basse fréquence.

C'est cette distinction de comportement au seuil d'oscillation (assimilé au seuil d'instabilité du régime statique) qui a amené Wilson & Beavers [190] à expliquer la différence entre une anche de clarinette (qui vibre essentiellement selon le registre *chaleur*, première résonance de la colonne d'air) et une anche d'orgue (pour laquelle l'accord se fait en ajustant la longueur vibrante de la languette vibrante). Cette mise en évidence du rôle de l'amortissement d'anche a mis fin à l'explication de Helmholtz [186] qui attribuait ce rôle à la masse de l'anche.

Après cette discussion sur la pression, il convient de s'intéresser aux fréquences qui peuvent déstabiliser le régime statique. La partie imaginaire de l'équation caractéristique et les expressions données ci-dessus de  $\Im(D(\omega))$  et de  $\gamma$  permet d'écrire l'équation vérifiée par les fréquences solutions du problème :

$$\Im(\mathcal{Y}_e(\theta)) = \zeta \sqrt{\gamma} \Im(D(\omega)) = - \frac{\zeta q_a \theta}{\sqrt{(1 - \theta^2)^2 + (q_a \theta)^2} \sqrt{(1 - \theta^2)(3 - \theta^2) + (q_a \theta)^2}}. \quad (3.50)$$

Remarquons ici l'impossibilité d'avoir des solutions entre les racines de  $(1 - \theta^2)(3 - \theta^2) + (q_a \theta)^2$  mentionnées ci-dessus lors de l'étude de la pression de seuil en fonction de la fréquence  $\theta$ . Une fois écarté ce problème en surgit un autre : il s'agit ici de résoudre une équation transcendante même lorsque la géométrie du résonateur acoustique est simplissime, par exemple un cylindre ! En effet, l'admittance réduite d'un cylindre parfait sans aucun phénomène de dissipation (ni pertes visco-thermiques aux parois, ni rayonnement) est donnée par  $\mathcal{Y}_e(\omega) = -j \cot(\theta k_a L)$  imaginaire pure. Les fréquences solutions sont alors données par :

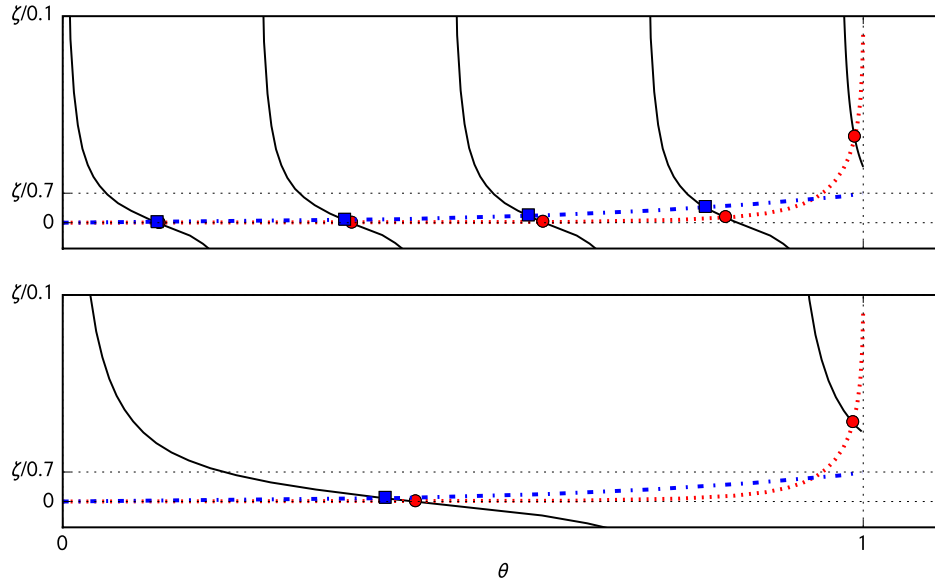
$$\cot(\theta k_a L) = \frac{\zeta q_a \theta}{\sqrt{(1 - \theta^2)^2 + (q_a \theta)^2} \sqrt{(1 - \theta^2)(3 - \theta^2) + (q_a \theta)^2}}. \quad (3.51)$$

Tant que le second membre reste petit devant l'unité, il est possible de l'interpréter comme une correction de longueur de la colonne d'air due à l'amortissement de l'anche :

$$\Delta l_q = \frac{q_a \zeta}{k_a} \frac{1}{\sqrt{(1 - \theta^2)^2 + (q_a \theta)^2} \sqrt{(1 - \theta^2)(3 - \theta^2) + (q_a \theta)^2}}. \quad (3.52)$$

Dans le cas général, aucune solution analytique n'est disponible et il faut avoir recours aux méthodes numériques. La représentation graphique donnée sur la figure 3.3 permet de comprendre comment la dynamique d'anche avec amortissement modifie les fréquences émergentes. Pour les premières résonances d'un tuyau assez long, l'amortissement d'anche n'introduit qu'une déviation en fréquence d'autant plus forte que  $q_a$  et  $\zeta$  sont grands. Une valeur forte  $\zeta = 0.8$  du paramètre de pince a d'ailleurs été choisie dans cette figure pour révéler la déviation en fréquence des solutions même en basses fréquences.

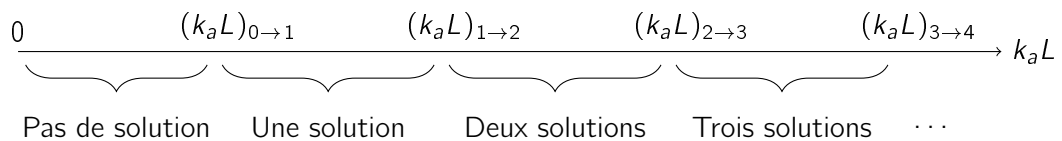
Dans la limite  $\theta \leq 1$  liée à la condition de non-placage statique, le terme de droite prend des valeurs comprises entre 0 (en basses fréquences) à  $\zeta/q_a$  (pour  $\theta = 1$ ). Le nombre de fréquences solutions est en première approximation le nombre de fréquences de résonances acoustiques (données par  $\cot \theta k_a L = 0$ ) inférieures à celle de la résonance mécanique. Plus le tuyau est long, plus il a des résonances basses fréquences, et plus il a des solutions candidates à la déstabilisation du régime statique. Cependant, suivant la valeur de l'amortissement  $q_a$ ,



**Figure 3.3** – Résolution graphique de l'équation (3.51) : le terme de gauche est représenté en trait plein pour deux longueurs de tuyau ( $k_a L = 13$  en haut, et  $k_a L = 3.5$  en bas), et le terme de droite par les traits pointillés ( $q_a = 0.01$ ) ou mixtes ( $q_a = 0.7$ ). Les solutions obtenues graphiquement sont symbolisées par les marqueurs  $\circ$  pour un amortissement faible de l'anche ( $q_a = 0.01$ ) et  $\square$  pour un amortissement plus fort ( $q_a = 0.7$ ).  $\zeta = 0.8$ .

une solution supplémentaire peut apparaître avec une valeur de  $\theta$  proche de 1. Cette solution existe pour toute une gamme de longueurs  $k_a L$ , et ce avec une fréquence faiblement variable du fait de la pente de la courbe représentative du terme de droite de l'équation (3.51). Cette gamme de longueurs est d'autant plus grande que  $\zeta/q_a$  est grand, c'est-à-dire que  $q_a$  est faible. En rapprochant ce constat de la notion de sélectivité par l'anche d'une fréquence émergente voisine de sa propre fréquence de résonance, il vient que c'est une oscillation proche de la résonance d'anche qui va, le plus souvent pour de faibles amortissements, déstabiliser le régime statique.

Une recherche simple des valeurs de  $k_a L$  pour lesquelles  $\theta = 1$  est solution permet de connaître les valeurs à partir desquelles une nouvelle solution prend naissance. Il est facile d'établir qu'une  $n$ -ième solution apparaît quand la longueur adimensionnée du tuyau devient plus grande que  $(k_a L)_{n \rightarrow (n+1)} = \arctan(q_a/\zeta) + n\pi$  ce qui aboutit au diagramme du nombre de solutions possibles donné sur la figure 3.4.

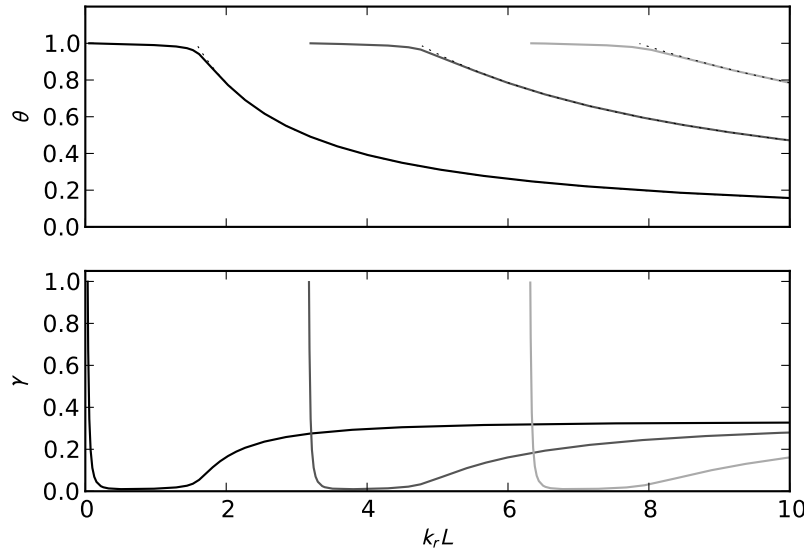


**Figure 3.4** – Nombre de solutions de l'équation caractéristique en fonction de  $k_a L$ .

Pour une configuration donnée du tuyau et avec un amortissement faible de l'anche, la fréquence solution la plus proche de la résonance d'anche est celle qui a la pression de seuil la plus petite. Lorsque le tuyau se raccourcit ( $k_a L$  diminue), cette solution se rapproche de la limite  $\theta = 1$ . Conformément à la figure 3.2, sa pression de seuil passe de relativement faible

à la pression de placage statique avant de disparaître pour non-respect de la condition  $\gamma \leq 1$ . C'est ensuite la résonance du tuyau juste plus basse qui a sa pression de seuil la plus faible, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de solution pour  $k_a L < (k_a L)_{0 \rightarrow 1} = \arctan(q_a/\zeta)$ . Ce processus est représenté sur la figure 3.5. La fréquence émergente est alors quasiment toujours proche de la fréquence de résonance de l'anche. Au contraire, dans le cas d'un amortissement relativement fort, c'est la résonance acoustique la plus basse qui va perturber en premier l'équilibre statique de l'anche comme le montre la figure 3.6.

La comparaison de ces deux figures permet de comprendre l'influence de l'amortissement de l'anche sur la déstabilisation du régime statique, et comment il impose que l'oscillation émergente soit guidée par la résonance mécanique ou par la plus basse des résonances acoustiques.



**Figure 3.5** – Solutions de l'équation caractéristique dans le cas d'un faible amortissement  $q_a = 0.01$  pour diverses longueurs de tuyau.  $\zeta = 0.3$ ,  $\omega_a = 2\pi \times 1000$  rad/s.

### 3.2.3 Effet des pertes dans le tuyau

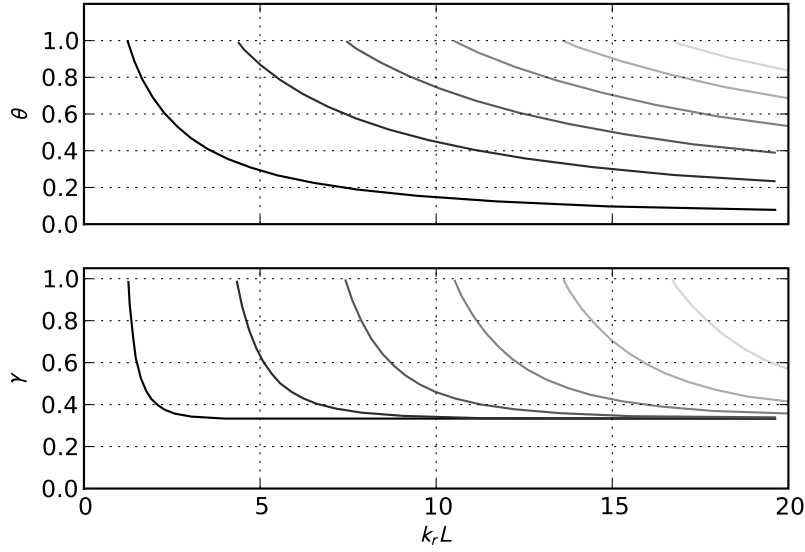
Commençons par nous intéresser au cas où il n'y a pas d'amortissement d'anche. L'équation caractéristique prend, du fait de cette simplification, l'expression suivante :

$$\Re(\mathcal{Y}_e(\theta)) = \zeta \sqrt{\gamma} \left( \Re(D(\theta)) - \frac{1-\gamma}{2\gamma} \right), \quad (3.53)$$

$$\Im(\mathcal{Y}_e(\theta)) = 0. \quad (3.54)$$

La partie imaginaire indique que les fréquences solutions  $\theta$  ne peuvent être que les fréquences de résonance ou d'antirésonance de la colonne d'air. La partie réelle fournit quant à elle l'évolution de la pression de seuil en fonction des pertes dans le résonateur.  $\gamma$  doit ainsi satisfaire l'équation :

$$\gamma = \gamma_\theta + 2\gamma_\theta \sqrt{\gamma} \frac{\Re(\mathcal{Y}_e(\theta))}{\zeta}, \text{ où } \gamma_\theta = \frac{1}{1 + 2\Re(D(\theta))}. \quad (3.55)$$



**Figure 3.6** – Solutions de l'équation caractéristique dans le cas d'un fort amortissement  $q_a = 1.0$  pour diverses longueurs de tuyau.  $\zeta = 0.3$ ,  $\omega_a = 2\pi \times 1000$  rad/s.

Les phénomènes dissipatifs dans la colonne d'air tels que la viscosité et les échanges thermiques aux parois contribuent donc à rehausser la pression qu'il est nécessaire d'établir dans la bouche pour mettre l'anche en oscillation. Comme le montre la figure 3.7, cette surpression par rapport au cas sans pertes (où le seuil vaut  $\gamma_\theta$ ) est d'autant plus grande que le rapport  $\Re(\mathcal{Y}_e)/\zeta$  est grand mais aussi que  $\gamma_\theta$  est grand. Par conséquent, les pertes jouent un rôle mineur sur le seuil de pression lorsque celle-ci est faible, ce qui est notamment le cas lorsque l'anche est faiblement amortie.

La conclusion précédente tient-elle toujours lorsque l'on prend en compte l'amortissement  $q_a$  de l'anche? La difficulté qui apparaît alors est que le nouveau terme  $\sqrt{\gamma} \Im(D(\theta))$  introduit un couplage supplémentaire :

$$\Re(\mathcal{Y}_e(\theta)) = \zeta \sqrt{\gamma} \left( \Re(D(\theta)) - \frac{1 - \gamma}{2\gamma} \right), \quad (3.56)$$

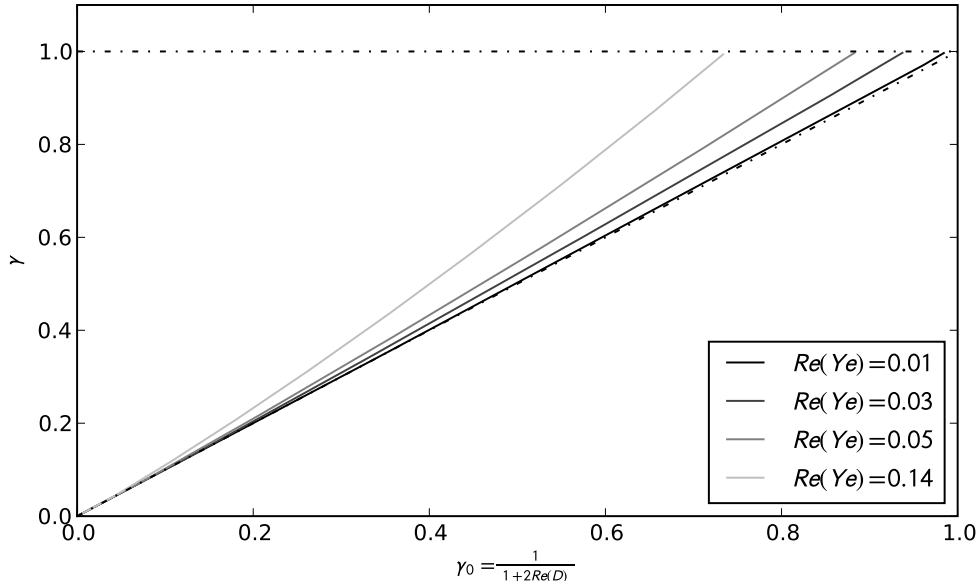
$$\Im(\mathcal{Y}_e(\theta)) = \zeta \sqrt{\gamma} \Im(D(\theta)). \quad (3.57)$$

La présence de pertes dans le tuyau accroît la pression de seuil, ce qui donnerait d'autant plus d'importance à l'effet de l'amortissement d'anche sur la déviation en fréquence via le nouveau terme de couplage. La résolution numérique de l'équation caractéristique permet de mettre en évidence deux situations :

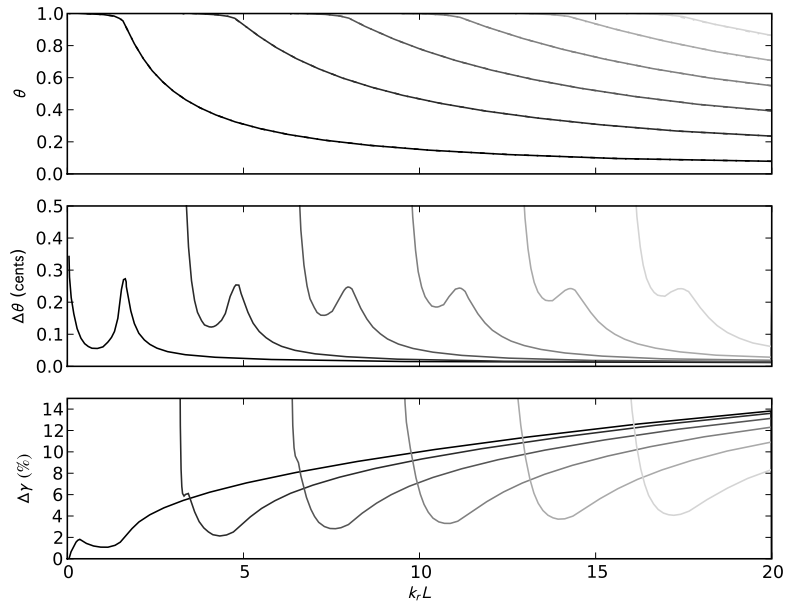
- lorsque la fréquence émergente est proche de la fréquence de résonance d'anche, la pression de seuil n'est quasiment pas modifiée par la prise en compte des pertes dans le tuyau et la variation de fréquence est minimale. La conclusion est que les phénomènes acoustiques dissipatifs dans la colonne d'air n'affectent pas la fréquence et la pression de l'oscillation émergente lorsque celle-ci est gouvernée par la résonance mécanique.
- la figure 3.8 montre que, lorsque la colonne d'air impose sa vibration à l'anche, la fréquence est inchangée par rapport au cas sans pertes (variation inférieure à 1cent), mais que la pression de seuil est accrue.

Les pertes n'interviennent quasiment que lorsque le résonateur acoustique impose une de ses fréquences propres. Elles modifient alors la pression de seuil, la dissipation au cours





**Figure 3.7** – Effet des pertes acoustiques sur le seuil de pression pour diverses valeurs de  $\Re(Y_e)$  et comparaison avec le cas sans pertes  $\gamma = \gamma_0$ . Représentation des valeurs solutions de l'équation (3.55).  $\zeta = 0.8$ . Les valeurs des pertes sont déduites d'un coefficient de réflexion de 0.99, 0.95, 0.9, 0.75 respectivement.



**Figure 3.8** – Variations de la fréquence émergente et de la pression de seuil lors de la prise en compte des pertes acoustiques. Modèle de Raman avec des pertes estimées à partir du premier pic de résonance du modèle de pertes visco-thermiques (variant avec la longueur du cylindre).  $f_a = 1$  kHz,  $q_a = 0.01$  et  $\zeta = 0.3$ . Des résultats avec un modèle de pertes visco-thermiques sont présentées dans [166]

de la propagation dans le guide d'ondes nécessitant une pression d'alimentation plus élevée pour soutenir l'oscillation. Par contre, la variation de fréquence émergente n'est pas audible. Lorsque le couplage avec la dynamique d'anche est plus marquée, la prise en compte des pertes ne change pas les seuils. Il n'y a donc pas d'interaction particulière entre pertes dans le tuyau et pertes au niveau de l'anche.

### 3.2.4 Facilité accrue pour une anche faiblement amortie

Dans la partie 3.2.2, nous avons démontré que la pression de seuil pouvait être inférieure à celle du cas « anche sans masse » ( $\gamma = 1/3$  sans les pertes dans le tuyau) lorsque l'amortissement est faible  $q_a < 1$  et présente un minimum de seuil pour une fréquence proche de la résonance d'anche :

$$\gamma_0 = \min_{\theta} \gamma = \gamma(\theta^2 = 1 - q_a) = \frac{q_a(2 - q_a)}{2 + q_a(2 - q_a)} \quad (3.58)$$

qui, en prenant en compte les pertes dans le tuyau, devient en première approximation et avec  $\theta_{\min}^2 = 1 - q_a$  ici aussi :

$$\gamma_{\min} \simeq \gamma_0 \left( 1 + 2 \frac{\Re(\mathcal{Y}_e(\theta_{\min}))}{\zeta} \sqrt{\gamma_0} \right) \quad (3.59)$$

obtenue pour la longueur de tuyau

$$(k_a L)_{\min} \simeq (2n - 1) \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{q_a}{2} - \frac{1}{2Q_n} - \frac{2\zeta}{(2n - 1)\pi\sqrt{q_a}} \right) \quad (3.60)$$

où  $Q_n$  est le facteur de qualité du  $n$ -ème pic de résonance du tuyau cylindrique (pour plus de détails, cf. [166]). Pour des valeurs typiques comme  $\Re(\mathcal{Y}_e) = 1/25$ ,  $\zeta = 0.4$ ,  $q_a = 0.4$  et  $Q_n = 20$ , la variation du minimum de seuil entre  $\gamma_0$  et  $\gamma_{\min}$  n'est que de l'ordre de 8%, ce qui confirme le rôle prépondérant de l'amortissement d'anche sur ce minimum de seuil.

Il est intéressant de discuter de celui-ci d'un point de vue musical. Il correspond à une plage de longueurs de résonateur pour laquelle l'émission d'un son est facilitée. Une expérience informelle où un bec de clarinette est monté sur une coulisse (de trombone par exemple ou, mieux, de trompette à coulisse) permet de percevoir que l'effort de mise en vibration est inhomogène sur la tessiture ainsi accessible. La note sort très aisément, c'est-à-dire avec une pression relativement faible, pour certaines plages de longueurs, ailleurs l'émission est plus difficile à obtenir. Une étude au voisinage du minimum de seuil a été effectuée afin de déterminer quels paramètres influent sur la largeur de la gamme de longueurs pour laquelle la facilité d'émission est accrue. À partir d'approximations au premier ordre autour du minimum (cf [166] pour plus de détails), une expression de la pression de seuil est

$$\gamma \simeq \gamma_0 \left( 1 + \frac{2}{\left( q_a^{3/2} + \frac{2\zeta}{(2n-1)\pi} \right)^2} \left( \frac{k_a L - (k_a L)_{\min}}{(k_a L)_{\min}} \right)^2 \right) \quad (3.61)$$

soit une parabole en la variable adimensionnée  $k_r L$  dont l'ouverture est contrôlée par l'amortissement  $q_a$  et le paramètre de pince  $\zeta$ , c'est-à-dire par l'embouchure appliquée par le musicien, mais pas par les pertes dans le tuyau. Ceci signifie que, par son masque facial, l'instrumentiste peut accéder à une facilité d'émission accrue et potentiellement à une puissance d'émission sonore plus grande bien que les seuils de saturation dépendent, eux, des pertes acoustiques [53].

### 3.2.5 Effet de la résistance à l'écoulement dans le tuyau

La théorie des seuils d'instabilité du régime statique présentée dans ce chapitre repose sur la linéarisation de la caractéristique de débit autour d'un point de fonctionnement supposé correspondre à l'absence de surpression ou de dépression dans le bec (cf Sec. 3.1.2) :  $p_{e,eq} = 0$ . En pratique, d'un point de vue de la mécanique des fluides, le guide d'ondes présente une résistance à l'écoulement telle que la pression dans le bec n'est plus la pression atmosphérique quand une pression est établie dans la bouche. Quel est l'effet de cette résistance sur les seuils d'oscillation ?

Si l'on ajoute à l'équation (3.16) un terme  $p_{e,eq}$ , les expressions (3.21) et (3.22) sont ainsi modifiées :

$$u_{c,eq} = s_{c,eq} \sqrt{\frac{2(p_{m,eq} - p_{e,eq})}{\rho}} \text{ avec } s_{c,eq} = s_0 \left( 1 - \frac{p_{e,eq} - p_{m,eq}}{K_a s_0} \right) \quad (3.62)$$

$$U_c(\omega) = s_{c,eq} \sqrt{\frac{2(p_{m,eq} - p_{e,eq})}{\rho}} \left( \frac{S_c(\omega)}{s_{c,eq}} - \frac{P_e(\omega)}{2(p_{m,eq} - p_{e,eq})} \right). \quad (3.63)$$

Puisque que l'on suppose encore qu'il n'y a pas de composante oscillante dans la bouche, on a toujours  $S_c(\omega) = D(\omega)P_e(\omega)/K_a$  et l'équation caractéristique devient :

$$Y_e(\omega) + j \frac{k \Delta l_a}{Z_c} D(\omega) = \frac{1}{K_a} \sqrt{\frac{2(p_{m,eq} - p_{e,eq})}{\rho}} \left( D(\omega) - \frac{K_a s_0 - p_{m,eq} + p_{e,eq}}{2(p_{m,eq} - p_{e,eq})} \right). \quad (3.64)$$

et on aboutit à la même équation des seuils adimensionnée (3.31) si on change la définition du paramètre  $\gamma$  en :

$$\gamma = \frac{p_{m,eq} - p_{e,eq}}{K_a s_0}. \quad (3.65)$$

$\gamma$  est la différence de pression statique entre bouche et bec, c'est-à-dire que, de la même manière qu'auparavant,  $\gamma$  traduit la différence de pression d'alimentation qui produit le débit moyen. La recherche des seuils d'oscillation exprimée en  $\gamma$  se fait comme précédemment, la différence se faisant dans la conversion entre  $\gamma$  et la pression d'alimentation  $p_{m,eq}$  exprimée en grandeurs physiques. Les seuils sont ainsi décalés de la valeur de la pression dans le bec par rapport au cas idéal sans résistance à l'écoulement.

La résistance à l'écoulement (que l'on peut également voir comme le prolongement de l'impédance à la fréquence nulle) ne modifie ainsi pas la théorie des seuils d'oscillation à condition que les valeurs théoriques de  $\gamma$  soient comparées non pas à la pression statique dans la bouche mais à la différence des pressions moyennes entre la bouche et le bec.

### 3.2.6 Effet du débit d'anche

Thompson [175] et Nederveen [141] ont souligné l'existence du débit d'anche, débit qui s'ajoute au débit entrant dans l'instrument à travers le canal d'anche et qui provient du mouvement de l'anche sur toute sa surface. Miklós *et coll.* [138] ont montré de quelle manière ce débit d'anche modifie les fréquences de résonances du système couplé formé d'un résonateur d'impédance donnée et de l'anche pulsante. Si cette déviation de fréquence de résonance est notable, elle ne donne des indications que sur une impédance généralisée prenant en compte ce phénomène de débit d'anche. Elle ne fournit en aucun cas d'information sur ce qu'il se passe au niveau des seuils d'oscillation, puisque leur théorie ignore la pression d'alimentation et le débit entrant à travers le canal. Leurs résultats sont à rapprocher de ceux présentés au chapitre 2 et des pôles du résonateur complet qui y sont calculés.

Toutefois les expériences présentées montrent une fréquence d'oscillation (en jeu) qui est fortement dépendante de la fréquence propre de l'anche avec des changements de régimes sans modification de l'impédance, ce qui n'est pas sans rappeler l'effet de l'amortissement d'anche présenté ci-dessus. Les mêmes auteurs présentent une étude des seuils d'oscillations d'un tuyau d'orgue à anche sans résonateur acoustique [137]. En l'absence de retour acoustique, ils introduisent une force de Bernoulli en présence de l'écoulement à travers le canal et qui rend possible l'entretien d'auto-oscillations sans résonateur.

Nous présentons ici l'effet du débit d'anche sans ajouter cette force de Bernoulli mais en conservant le tuyau, avec l'équation caractéristique (3.31) :

$$\mathcal{Y}_e(\omega) + jk\Delta l_a D(\omega) = \zeta\sqrt{\gamma} \left( D(\omega) - \frac{1-\gamma}{2\gamma} \right).$$

Partons du cas sans pertes ni dans le tuyau ( $\Re(\mathcal{Y}_e) = 0$ ) ni dans la dynamique d'anche ( $q_a = 0$ ). Le découplage des parties imaginaires et réelles montre que la fréquence émergente est une des fréquence de résonance du système passif, en l'absence d'amortissement d'anche, ou plus exactement sans déphasage dans le comportement de celle-ci :

$$- \Im(\mathcal{Y}_e(\omega)) = jk\Delta l_a \frac{\theta}{1-\theta^2}. \quad (3.66)$$

Comme dans la section 3.2.1, la pression de seuil est simplement liée à la fréquence émergente par :

$$\gamma = \frac{1-\theta^2}{3-\theta^2}.$$

Dans le cas où le tuyau n'est pas trop court ( $k_r L \ll \pi/2$ ) où le régime émergent reste proche des régimes acoustiques, et en réintroduisant l'amortissement d'anche, la partie imaginaire de l'équation caractéristique s'écrit

$$- \Im(\mathcal{Y}_e(\omega)) = jk\Delta l_a(1-\theta^2)|D(\theta)|^{-2} + jq_a\theta\zeta\sqrt{\gamma}|D(\theta)|^{-2} \quad (3.67)$$

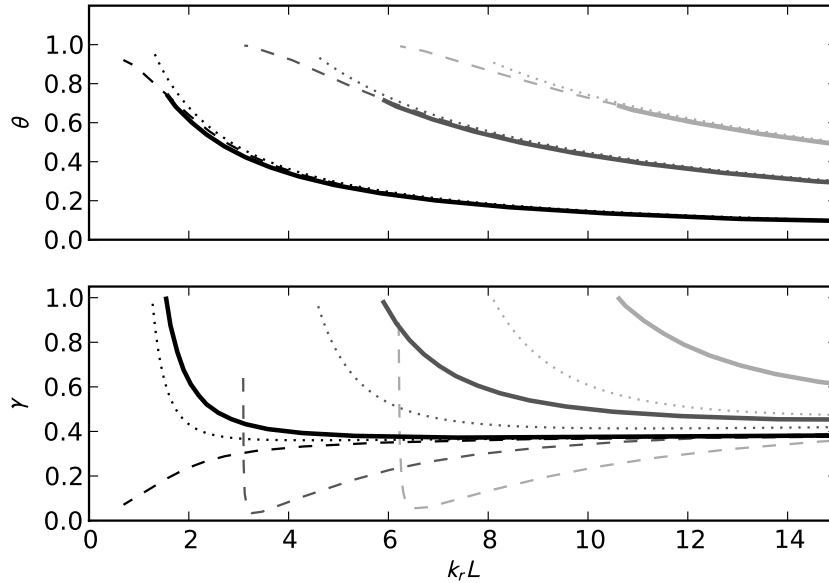
où le membre de droite s'interprète comme les contributions de deux corrections de longueurs :

- la première  $\Delta l_a$ . En accord avec Nederveen [141] et les commentaires accompagnant la présentation du modèle utilisé (cf fin de la section 3.1.1), en basses fréquences, le phénomène de débit d'anche joue comme une simple correction de longueur dont la valeur diminue comme  $\Re(D(\theta))$ .
- la seconde  $q_a\zeta\sqrt{\gamma}/k_a \simeq q_a\zeta/(k_a\sqrt{3})$  correspond à la déviation en fréquence due à la présence d'amortissement de l'anche.

Quand le résonateur se raccourcit, la prise en compte de la contribution du débit d'anche seul aboutit à des expressions approchées de la fréquence émergente et de la pression de seuil

$$\theta \simeq 1 - k_a\Delta l_a \tan k_a L \text{ et } \gamma \simeq \frac{1}{2}k_a\Delta l_a \tan k_a L \quad (3.68)$$

La figure 3.9 montre les effets indépendants et conjugués de l'amortissement et du débit d'anche sur les fréquences émergentes. Pour chacun des régimes présentés, c'est le débit d'anche qui contribue le plus fortement à la déviation en fréquence, en dépit du fort amortissement de l'anche. Au niveau de la pression de seuil, ils sont relevés par les deux phénomènes sans qu'aucun des deux n'agisse de manière prépondérante ou ne soit négligeable devant l'autre. La figure 3.10 montre que la prise en compte du débit d'anche avec une valeur estimée par un processus d'essai/erreur permet un meilleur ajustement des fréquences,



**Figure 3.9** – Fréquences émergentes et pressions de seuil avec amortissement seul ( $q_a = 1.0$ , pointillés), débit d'anche seul ( $\Delta l_a = 12$  mm, tirets) et amortissement et débit d'anche conjugués (trait plein) pour les trois premiers registres. Anche :  $f_a = 1000$  Hz

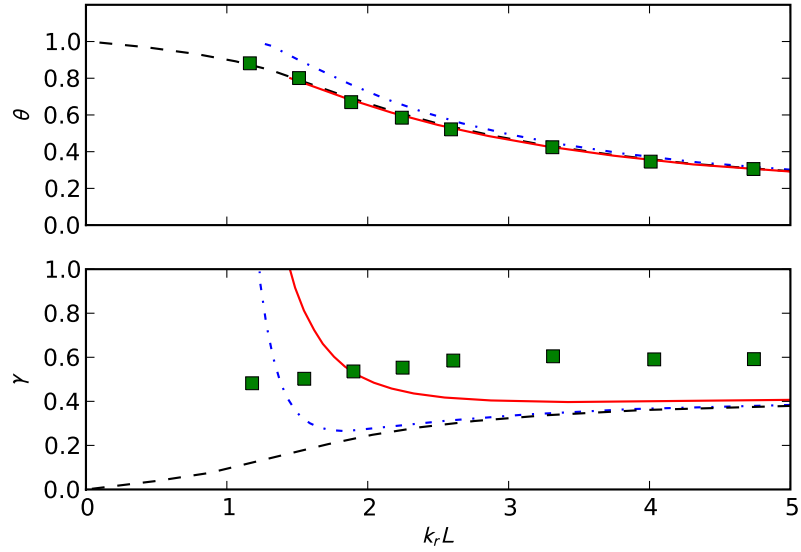
et une allure de courbe de pression plus semblable aux résultats expérimentaux de Wilson & Beavers [190], à une pression constante près. Dans la figure 3.11 sont comparées deux séries associées à des valeurs différentes de  $\Delta l_a$ , montrant comment c'est bien cette valeur qui contrôle la déviation en fréquence par rapport aux résonances de la colonne d'air seule. La courbe de pression montre la manière dont les contributions de l'amortissement d'anche (faible ici,  $q_a = 0.008$ ) et du débit d'anche agissent de manière complémentaire.

Ces résultats tendent à justifier l'approche classique qui consiste à assimiler les fréquences de jeu aux fréquences de résonance du résonateur avec correction de longueur, comme le fait par exemple Nederveen [141]. Cette démarche revient à négliger, tout au moins du point de vue de l'intonation, le mécanisme d'excitation qui permet l'auto-oscillation à savoir le couplage par le jet. C'est toutefois de la remise en cause de cette approche *passive* de l'acoustique des instruments à vent par Helmholtz [186] et Bouasse [31], notamment parce qu'elle n'explique pas l'existence d'auto-oscillations, qu'ont pu émerger des descriptions de l'écoulement entrant et du rôle de valve joué par l'anche [188].

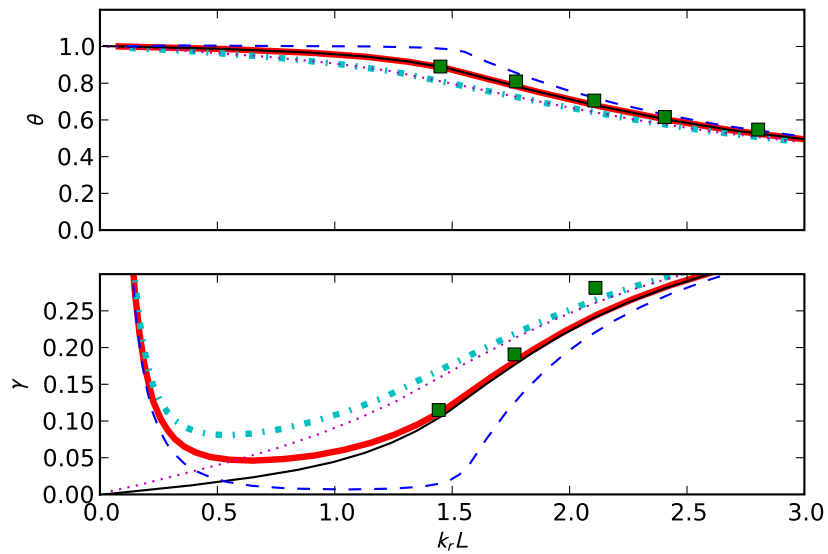
### 3.2.7 Effet du conduit vocal

Par rapport à la modélisation proposée dans le chapitre 2, la formulation adoptée dans cette partie à travers l'équation (3.14) a permis de distinguer les contributions des phénomènes dissipatifs du résonateur acoustique et du débit d'anche. Il serait également possible d'y inclure les effets du conduit vocal. En effet, si l'on considère la présence d'oscillations au sein de la pression buccale  $p_m = p_{m,eq} + P_m e^{j\omega t}$  reliées à celles du débit  $u_c$  par l'impédance du conduit vocal  $Z_{cv} = P_m / U_c$ , l'équation caractéristique (3.31) devient

$$1 = \zeta \sqrt{\gamma} \left( D(\omega) - \frac{1 - \gamma}{2\gamma} \right) \left( \frac{Z_e(\omega)}{1 + jk\Delta l_a D(\omega)} - \frac{Z_{cv}}{Z_c} \right). \quad (3.69)$$



**Figure 3.10** – Comparaison avec les relevés de Wilson & Beavers (conditions de la figure 5 de [190], marqueurs carrés). Pour les courbes, mêmes conventions que la figure 3.9



**Figure 3.11** – Estimation de  $\Delta l_a$  par comparaison avec les relevés de Wilson & Beavers (conditions de la figure 2 de [190], marqueurs carrés). L'ajustement des fréquences est correct pour  $\Delta l_a = 5$  mm et imprécis pour  $\Delta l_a = 12$  mm. Pour les courbes, mêmes conventions que la figure 3.9

Si le corps de l'instrument et le débit d'anche partagent la même pression (ce qui aboutit à une mise en parallèle de  $\mathcal{Y}_e$  et  $jk\Delta l_a D(\omega)$ ), on a désormais affaire à une mise en série de deux résonateurs acoustiques, l'instrument (avec débit d'anche) et le conduit vocal du musicien (humain ou artificiel). Par manque de temps, aucun résultat n'est présenté ici. Toutefois, l'exploitation de données expérimentales comme celles fournies par [78] ou de modèles analytiques peut potentiellement expliquer pourquoi l'émission de certaines notes est facilitée par l'ajustement de la glotte dans des positions bien connues des musiciens expérimentés.

### 3.3 Nature de la bifurcation

Au cours de la section 3.2, nous avons recherché les conditions qui rendent le régime statique instable, ce que nous avons assimilé au seuil d'oscillation. Nous allons ci-dessous nous intéresser à l'existence de régimes d'oscillation au-delà du seuil, sans toutefois de considération pour leur stabilité. Ce travail a constitué un travail (inclus dans [166]) préliminaire à celui de Benjamin Ricaud, post-doctorant au LMA (sur financement ANR Consonnes) qui a donné lieu à la publication **Behavior of reed woodwind instruments around the oscillation threshold** paru dans *Acta Acustica* [153]. Dans un souci de cohérence, nous en reprenons les grandes lignes.

Grand *et coll.* [86] suggèrent l'introduction de séries de Fourier tronquées au cas de l'anche sans masse pour étudier l'existence de régimes périodiques après le seuil. La technique est l'équilibrage harmonique appliqué aux oscillations de petites amplitudes. Contrairement à eux, des développements sont effectués ici en tenant compte de la dynamique d'anche dans la relation de débit-pression. La série de Fourier du débit volumique dépend des composantes de Fourier des signaux  $p(t)$  (adimensionnée) et  $s_c(t)$ . Avec des oscillations stationnaires de pulsation  $\omega$ , les signaux adimensionnés s'écrivent

$$p(t) = \sum_{n \neq 0} p_n e^{nj\omega t}, \quad u(t) = u_0 + \sum_{n \neq 0} \mathcal{Y}_n p_n e^{nj\omega t}, \quad \frac{s_c(t)}{s_0} = (1 - \gamma) + \sum_{n \neq 0} D_n p_n e^{nj\omega t}, \quad (3.70)$$

où  $\mathcal{Y}_n = \mathcal{Y}_e(n\omega)$  et  $D_n = D(n\omega)$  sont les valeurs de l'admittance réduite du résonateur acoustique et la fonction de transfert de l'anche évaluées aux pulsations harmoniques  $n\omega$ . En accord avec les considérations de la section 3.2.5,  $\gamma$  est la partie statique de la différence de pression entre la bouche et le bec. La relation caractéristique de débit est réécrite sous la forme polynomiale

$$u^2(t) = \zeta^2 (s_c(t)/s_0)^2 (\gamma - p(t)). \quad (3.71)$$

L'hypothèse est faite que le coefficient  $p_1$  est non-nul (ce qui écarte les signaux à fondamentale manquante). Il est supposé être une quantité d'ordre 1 pour l'étude de petites oscillations. Les notations  $\mathbf{CE}_n$  and  $\mathbf{F}_{(n)}^{(m)}$  sont introduites :

$$\mathbf{CE}_n = \mathcal{Y}_n / (\zeta \sqrt{\gamma}) + \frac{1 - \gamma}{2\gamma} - D_n, \quad (3.72)$$

$$\mathbf{F}_{(n)}^{(m)} = \mathbf{F}_{(m)}^{(n)} = D_n D_m - \frac{1 - \gamma}{\gamma} (D_n + D_m) - \frac{\mathcal{Y}_n \mathcal{Y}_m}{\zeta^2 \gamma} \quad (3.73)$$

L'annulation de  $\mathbf{CE}_n$  pour un couple  $(\omega, \gamma)$  signifie que l'équation caractéristique (3.31) est vérifiée pour la pulsation  $n\omega$  et la pression  $\gamma$ . Le développement de l'équation (3.71) conduit

à :

$$0 = \left[ \frac{u_0^2}{\zeta^2 \gamma} - (1 - \gamma)^2 \right] + 2(1 - \gamma) \sum_{n \neq 0} \left[ \frac{u_0 \mathcal{Y}_n}{\zeta^2 \gamma (1 - \gamma)} - D_n + \frac{1 - \gamma}{2\gamma} \right] p_n e^{nj\omega t} \\ - \sum_{n, m \neq 0} \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} n \\ m \end{smallmatrix}\right)} p_n p_m e^{(n+m)j\omega t} + \frac{1}{\gamma} \sum_{n, m, q \neq 0} D_n D_m p_n p_m p_q e^{(n+m+q)j\omega t}. \quad (3.74)$$

Selon Worman [191] (justifié depuis par Ricaud [153]), les coefficients  $p_n$  sont supposés d'ordre  $|n|$  (avec  $p_{-n} = p_n^*$  pour des raisons de symétrie hermitienne). La composante continue du débit est développée à l'ordre 2 :

$$\frac{u_0^2}{\zeta^2 \gamma} = (1 - \gamma)^2 + \sum_{n \neq 0} \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} +n \\ -n \end{smallmatrix}\right)} |p_n|^2 - \frac{1}{\gamma} \sum_{n, m, n+m \neq 0} D_n D_m p_n p_m p_{n+m}^* \\ \simeq (1 - \gamma)^2 + 2 \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} +1 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)} |p_1|^2 + o(p_1^2) \quad (3.75)$$

soit

$$u_0 \simeq \zeta \sqrt{\gamma} (1 - \gamma) \left[ 1 + \frac{|p_1|^2 \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} +1 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)}}{(1 - \gamma)^2} \right] + o(p_1^2). \quad (3.76)$$

On extrait ensuite les fréquences  $N\omega$  pour  $N \geq 1$  de l'équation (3.74) :

$$0 = 2(1 - \gamma) \left[ D_N - \frac{1 - \gamma}{2\gamma} - \frac{u_0 \mathcal{Y}_N}{\zeta^2 \gamma (1 - \gamma)} \right] p_N \\ + \sum_{n \neq 0} \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} n \\ N-n \end{smallmatrix}\right)} p_n p_{N-n} - \frac{1}{\gamma} \sum_{n, m \neq 0} D_n D_m p_n p_m p_{N-n-m}. \quad (3.77)$$

Pour les valeurs  $N \geq 2$ , un développement de Taylor à l'ordre  $N$  est réalisé : dans la première sommation, seuls les termes  $0 \leq n \leq N$  contribuent à un ordre  $N$  (exactement), tandis que pour la seconde les indices doivent vérifier  $0 < n < N$  and  $0 < m < N - n$ . La composante  $p_N$  s'obtient à partir des coefficients précédents  $(p_n)_{0 < n < N}$  :

$$p_N = \frac{1}{2(1 - \gamma) \mathbf{CE}_N} \left[ \sum_{0 < n < N} \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} n \\ N-n \end{smallmatrix}\right)} p_n p_{N-n} - \frac{1}{\gamma} \sum_{\substack{0 < n < N \\ 0 < m < N-n}} D_n D_m p_n p_m p_{N-n-m} \right] + o(p_1^N). \quad (3.78)$$

Par exemple, pour  $N = 2$ , la seconde somme est vide :

$$p_2 \simeq \frac{\mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)} p_1^2}{2(1 - \gamma) \mathbf{CE}_2} + o(p_1^2). \quad (3.79)$$

En accord avec la *loi de Worman* [191], les composantes supérieures sont des quantités d'ordre supérieur : ordre 2 pour  $p_2$ , 3 pour  $p_3$ , 4 pour  $p_4$ , etc. . .

Pour la fréquence fondamentale, les calculs sont faits à l'ordre 3 :

$$0 = 2(1 - \gamma) \left[ D_1 - \frac{1 - \gamma}{2\gamma} - \frac{u_0 \mathcal{Y}_1}{\zeta^2 \gamma (1 - \gamma)} \right] p_1 + \sum_{n \neq 0, 1} \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} n \\ 1-n \end{smallmatrix}\right)} p_n p_{1-n} - \frac{1}{\gamma} \sum_{\substack{n, m \neq 0 \\ n+m \neq 1}} D_n D_m p_n p_m p_{1-n-m} \\ \simeq 2(1 - \gamma) \left[ D_1 - \frac{1 - \gamma}{2\gamma} - \frac{u_0 \mathcal{Y}_1}{\zeta^2 \gamma (1 - \gamma)} \right] p_1 + 2 \mathbf{F}_{\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)} p_2 p_1^* - \frac{1}{\gamma} D_1 p_1 |p_1|^2 (D_1 + 2D_1^*) \quad (3.80)$$



En remplaçant  $u_0$  et  $p_2$ , on obtient :

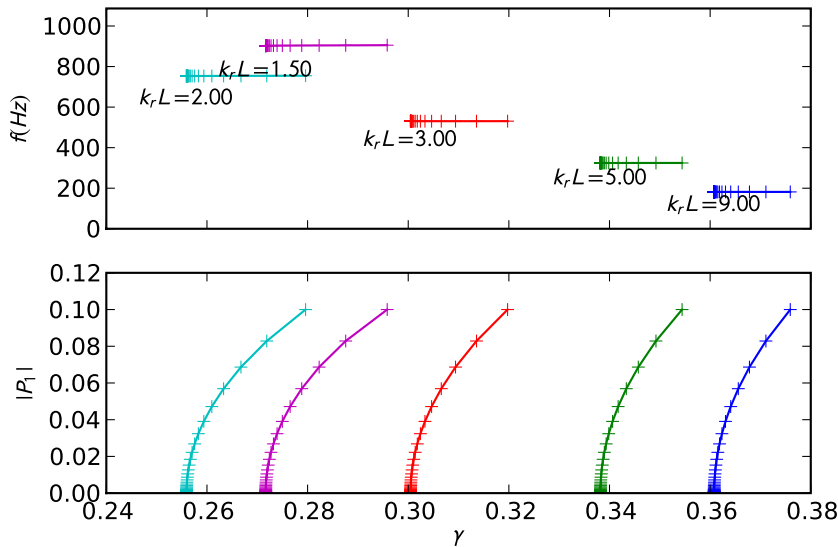
$$|p_1|^2 \simeq \frac{2(1-\gamma)^2 \mathbf{CE}_1}{\frac{\mathbf{F}_{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} \mathbf{F}_{\begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix}}}{\mathbf{CE}_2} - \frac{2\mathcal{Y}_1}{\zeta\sqrt{\gamma}} \mathbf{F}_{\begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}} - \frac{1-\gamma}{\gamma} (D_1^2 + 2|D_1|^2)} \quad (3.81)$$

La méthode du premier harmonique (ignorant l'influence des termes supérieurs sur l'amplitude  $|p_1|$  conduit, quant à elle, à

$$|p_1|^2 \simeq \frac{2(1-\gamma)^2 \mathbf{CE}_1}{-\frac{2\mathcal{Y}_1}{\zeta\sqrt{\gamma}} \mathbf{F}_{\begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}} - \frac{1-\gamma}{\gamma} (D_1^2 + 2|D_1|^2)} \quad (3.82)$$

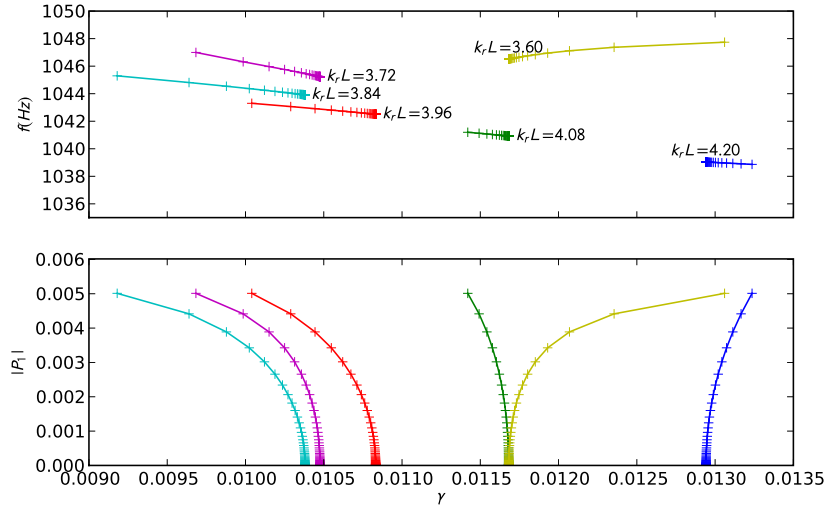
La nature de la bifurcation est déterminée par le signe du membre de droite. S'il est positif pour des valeurs de  $\gamma$  supérieures à la pression de seuil qui annule  $\mathbf{CE}_1$ , alors la bifurcation est directe, dans le cas contraire, elle est inverse.

Grand *et coll.* [86] généralisent l'étude effectuée pour l'anche sans masse en affirmant qu'il suffit de remplacer l'impédance du résonateur  $\mathcal{Z}_e(\omega)$  par  $\mathcal{Z}_e(\omega)D(\omega)$ . Nous prouvons ici que ceci est inexact, car la dynamique d'anche interfère de manière plus complexe dans la relation non linéaire de débit ce qui aboutit à une expression de l'amplitude de la première composante où les  $D_n$  ne sont pas appariés aux valeurs  $\mathcal{Y}_n$ .



**Figure 3.12** – Diagrammes de bifurcation ( $|p_1|$  en fonction de  $\gamma$ ) pour diverses valeurs de  $k_a L$  ( $k_a L = 9, 5, 3, 2, 1.5$  ( $\Delta l_a = 0$ ,  $q_a = 0.4$ ,  $\zeta = 0.3$  et  $f_a = 1050$  Hz)).

L'équation (3.81) permet d'esquisser les diagrammes de bifurcation, tout au moins au voisinage des seuils. Pour des anches fortement amorties (figure 3.12), les bifurcations de Hopf sont toutes directes, et les oscillations de faibles amplitudes existent dans l'ensemble des configurations présentées, des tuyaux les plus longs ( $k_a L = 9.0$ ,  $f \sim 200$  Hz) aux plus courts ( $k_a L = 1.5$ ,  $f \sim 1$  kHz). Au contraire, si l'anche est plus faiblement amortie (figure 3.13), une exploration de l'espace des paramètres permet d'exhiber des cas où la bifurcation est inverse, en particulier lorsque la résonance d'anche interagit avec un régime supérieur avec une pression de seuil relativement basse. Musicalement parlant, une telle configuration signifie



**Figure 3.13** – Diagrammes de bifurcation ( $|p_1|$  en fonction de  $\gamma$ ) pour diverses valeurs de  $k_a L$  ( $k_a L = 4.2, 4.08, 3.96, 3.84, 3.72, 3.60$  ( $\Delta I_a = 0$ ,  $q_a = 0.01$ ,  $\zeta = 0.3$  et  $f_a = 1050$  Hz)).

qu'avec un tuyau relativement court et une anche peu amortie, l'instrumentiste risque de produire un *canard* avec une facilité déconcertante mais le plus souvent involontaire (au moins chez le débutant). En effet la bifurcation inverse signifie qu'il existe un seuil d'oscillation inférieur au seuil d'instabilité du régime statique et qui donne des oscillations de grandes amplitudes juste après le seuil.

Il est difficile d'obtenir des résultats analytiques concernant la nature de la bifurcation. Il est toutefois intéressant de noter que celle-ci ne dépend que des valeurs de l'impédance et de la dynamique d'anche à la fréquence de l'oscillation et à la fréquence double, et pas des fréquences harmoniques supérieures, ce qui permet d'exhiber aisément des cas où la bifurcation est inverse. C'est le cas notamment quand l'anche parvient à imposer une vibration proche de sa résonance et loin de celles du tuyau. Au contraire, il semble que les changements de régime vers une fréquence proche d'une des fréquence de résonance acoustique soient toujours directs.

Soulignons ici les limites de ces développements. Il n'est pas invraisemblable d'avoir que l'équation caractéristique soit vérifiée aux pulsations  $\omega$  et  $2\omega$  pour des pressions d'alimentation proches, voire égales. Ceci peut conduire à des cas dégénérés, de même lorsque cela se produit avec un harmonique supérieur  $\mathbf{CE}_N = 0$ .

### 3.4 Conclusion

Un peu à la manière de Nederveen [141] qui s'attache à décrire sous forme de corrections de longueur les divers phénomènes apparaissant au sein des instruments à anche simple, ce chapitre propose un formalisme unifié pour l'étude des seuils d'oscillation par analyse linéaire de stabilité. Cette approche permet à la fois d'observer comment varie la fréquence de l'oscillation émergente – ce qui se rapproche de l'étude des fréquences de résonance du système couplé global de Weber [188] – mais aussi de rendre compte de l'aspect système dynamique non linéaire par la recherche d'une des valeurs critiques du paramètre de bifurcation considéré ici, à savoir la pression moyenne dans la bouche. Elle pourrait également permettre d'appréhender le fonctionnement du système couplé dans les phases où son comportement

peut encore être considéré comme linéaire, par exemple avant la saturation des oscillations par la non-linéarité de l'excitation.

Ce formalisme a aussi fait le lien entre les théories qui ignorent le débit d'anche et celles qui ignorent l'excitation par l'écoulement à travers le canal et donc le débit principal. Ces deux grandeurs sont importantes au regard des seuils d'oscillation. Le débit principal dû à la différence de pression entre la bouche et le bec agit comme une résistance variable qui devient négative au seuil. Il est ainsi en grande partie responsable de la pression de seuil, les écarts à la valeur particulière  $\gamma = 1/3$  étant faibles dès que l'anche est suffisamment amortie, situation courante pour la clarinette en jeu. Le débit d'anche a quant à lui une contribution de nature essentiellement réactive de par son influence sur la fréquence de l'oscillation émergente. Quand la dynamique d'anche parvient à interagir avec une résonance acoustique, le débit d'anche influe également sur la pression de seuil. Une extension de cette étude est encore possible, par une prise en compte de résonances multiples de l'anche, d'oscillations de pression dans la bouche (comme suggéré en 3.2.7).

La dernière partie de ce chapitre a mis en avant la possibilité de bifurcation inverse dans le système. Ceci est un point critique car le seuil d'instabilité du régime statique diffère alors du seuil d'oscillation. Dans la majorité des cas, la bifurcation est néanmoins directe. À cette question de la nature de la bifurcation est liée celle du protocole expérimental de mesure des seuils d'oscillation qui va être développée dans le chapitre suivant.

## **Troisième partie**

# **Étude expérimentale sur bouche artificielle**

## Chapitre 4

# Instrumentation de la bouche artificielle

### Sommaire

---

- 4.1 La bouche artificielle**
    - 4.1.1 La lèvre artificielle
  - 4.2 Mesure de pression dans la bouche et dans le bec**
  - 4.3 Mesure de débit**
  - 4.4 Acquisition du mouvement de l'anche**
    - 4.4.1 Pastille piézo-électrique
    - 4.4.2 Vibromètre laser
    - 4.4.3 Capteur de déplacement
    - 4.4.4 Montage optique de flux à travers le canal
  - 4.5 Régulation de pression**
    - 4.5.1 Principe
    - 4.5.2 Difficultés et solutions mises en œuvre
- 

Ce chapitre et le suivant présentent l'étude expérimentale de l'influence de la dynamique d'anche sur les seuils d'oscillations, problème abordé précédemment de manière théorique. Le dispositif d'expérimentation est décrit, en abordant la question des choix de conception de la bouche artificielle réalisée par Stefan Devic et Alain Busso du SERM (*Service Études et Réalisations Mécaniques* du LMA), mais aussi l'instrumentation avec laquelle elle a été équipée. Le chapitre 3 a montré l'influence des paramètres suivants qu'il nous faut déterminer expérimentalement :

- impédance d'entrée du résonateur,
- ouverture du canal d'anche au repos et sa variation avec la différence de pression,
- fonction de transfert de l'anche,
- longueur associée au débit d'anche,
- caractéristique quasi-statique débit-différence de pression,
- pression dans la bouche au seuil d'oscillation.

Ces éléments se destinent, dans le chapitre suivant, à une comparaison entre les seuils observés expérimentalement et ceux estimés numériquement pour ces paramètres (sauf le dernier).

Un intérêt de la bouche artificielle réside dans sa capacité à se maintenir dans le même état (dans les limites du système d'alimentation : réseau EDF, système d'air comprimé du campus GLM). Ceci autorise des durées d'expérimentation bien plus grandes que celles que

permettent les capacités pulmonaires et musculaires des musiciens. Il est néanmoins nécessaire de procéder à son instrumentation en vue des expériences listées ci-dessus. Ceci fait l'objet de ce chapitre.

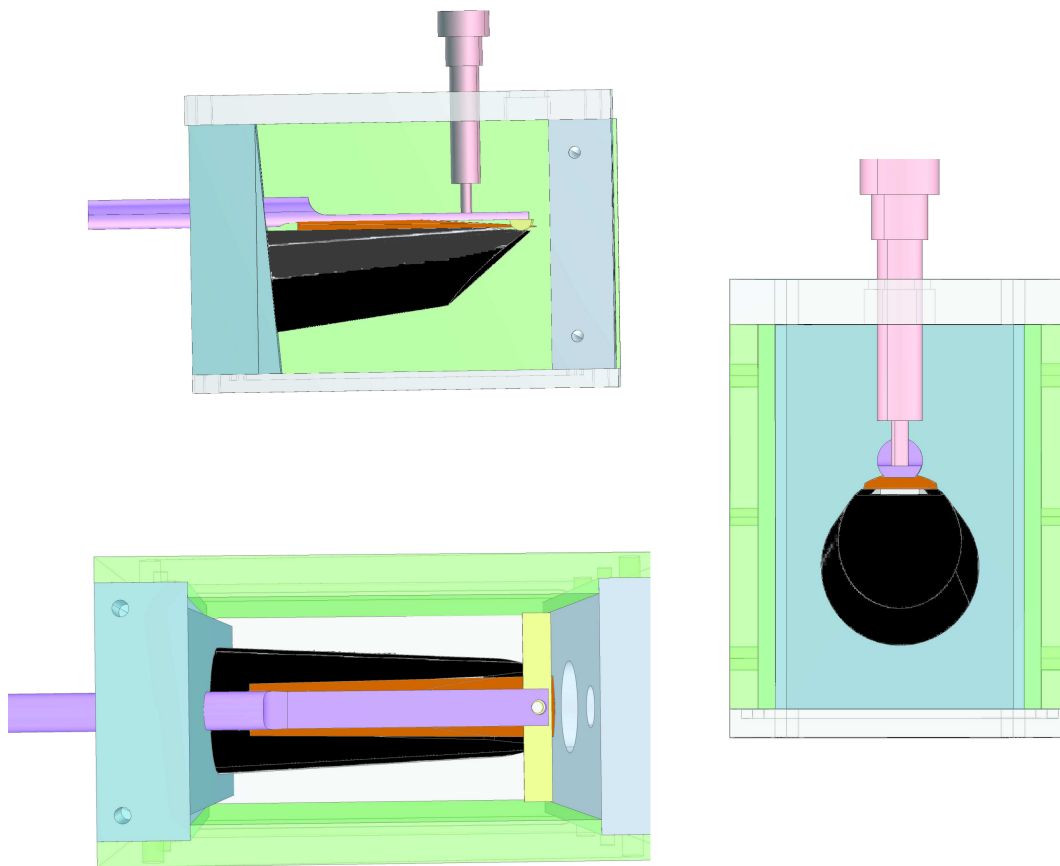
## 4.1 La bouche artificielle

Plusieurs bouches artificielles pour instruments à anche ont été conçues par le passé et ont contribué à une large littérature dans la communauté de l'acoustique musicale. La plupart des dispositifs sont formés par une boîte parallélépipédique dans laquelle le bec entier est inséré et où est générée une pression assimilée à la pression buccale [134, 14, 136, 79, 132]. Ces cavités sont généralement de grande dimension afin de pouvoir y placer l'instrumentation requise et un ersatz de lèvre, point qui est abordé plus bas. Le contre-pied a été pris à l'IRCAM à la fin des années 1990 avec la construction de la bouche artificielle MIAM (*Multi Instrument Artificial Mouth*) qui renferme un volume proche de celui d'une bouche humaine [183]. Dans le cadre de la thèse de C. Fritz, un conduit respiratoire artificiel y a été adjoind de manière à simuler l'acoustique du conduit vocal du musicien. Le projet Consonnes financé par l'ANR prévoyait initialement le clonage de cette bouche MIAM mais un certain nombre d'obstacles ont posé problème pour son utilisation dans le cadre de la mesure de seuils d'oscillation pour laquelle nous souhaitions des paramètres d'anche indépendants de l'excitation. Notamment, la grande flexibilité qui permet une grande jouabilité est antagoniste à l'exigence de qualité au niveau de la stationnarité de certains paramètres comme la force d'appui sur l'anche ou la position des lèvres. Nous nous sommes donc ramenés à une bouche artificielle reprenant dans ses grands principes celles développées au LAUM.

Elle est ainsi constituée d'une boîte parallélépipédique de dimensions 12 cmx5 cmx8 cm. À la différence du musicien, elle englobe le bec dans sa totalité : l'ensemble de l'anche est exposé à la pression buccale et non juste la pointe comme dans la pratique humaine de l'instrument. Le barillet de la clarinette est monté collé dans la façade arrière, affleurant tout juste à l'intérieur de la cavité. Le collage assure l'étanchéité mais surtout l'immobilisme du bec et donc une pince invariante lorsque des manipulations sont effectuées sur le corps aval de l'instrument.

La face avant est équipée d'un orifice pour l'arrivée d'air, et d'un hublot placé en regard du bec permettant la visualisation de l'ouverture du canal d'anche (cf Fig. 4.1, à droite). Les autres faces sont en plexiglas, et autorisent la prise de photographies et le passage de faisceaux laser. Un certain nombre d'orifices ont été réalisés à des fins de connectique des capteurs. La face supérieure est munie d'une vis appuyant sur une poutre au bout de laquelle se trouve la lèvre (cf Fig 4.1, en bas à gauche). Le contact entre la lèvre et l'anche et la force d'appui sur l'anche sont réglés par action sur cette vis. La lèvre occupe une largeur supérieure à celle de l'anche (comme visible sur la vue de dessus) et peut être avancée ou reculée entre la pointe et le talon de l'anche par action sur la poutre qui sort de la bouche artificielle (cf Fig. 4.1, en haut à gauche) et est en liaison pivot glissant avec la face arrière.

Cette conception assure un découplage entre les différentes actions habituellement effectuées par le musicien de manière consciente ou non : établissement et maintien de la pression buccale, positionnement de la lèvre inférieure, effort exercé par la lèvre sur l'anche, symétrie ou non du contact lèvre-anche. Il est important de remarquer à ce niveau que le fait que le bec soit *avalé* par la bouche expose la lèvre à la pression buccale des deux côtés. Ceci supprime un défaut de la MIAM : une augmentation de la pression buccale ne modifie pas la position de la lèvre. Ses caractéristiques sont ainsi peu modifiées.



**Figure 4.1** – Vues de côté, de dessus et depuis la face avant de la bouche artificielle.

#### 4.1.1 La lèvre artificielle

Des travaux réalisés au LAUM par Th. Guimezanes ont permis d'estimer le comportement dynamique de lèvres humaines [81, 95], montrant une résonance dont la fréquence dépend de la tension des muscles faciaux (résultat bien connu des trompettistes et trombonistes) avec des valeurs comprises entre 50 et 300 Hz pour des embouchures semblables à celles des clarinettes en situation de jeu. La compliance mécanique décroît avec la tension, mais le facteur de qualité de cette résonance varie relativement peu, prenant des valeurs correspondant à de forts amortissements et de faibles surtensions ( $Q \sim 1.5$  soit environ 3 dB).

Divers matériaux ont été utilisés par la communauté d'acoustique musicale afin de simuler ce comportement de la lèvre inférieure :

- une pastille de caoutchouc [134],
- une mousse de néoprène (d'épaisseur  $\sim 5$  mm sur une surface  $\sim 3$  cm<sup>2</sup> dans [14]),
- des cylindres de latex remplis d'eau ou de glycérine, étudiés par Guimezanes *et coll.* [81, 95],
- des composés chimiques de type silicone notamment utilisés en chirurgie plastique [183] qui présentent une forte visco-élasticité avec un temps de retour à l'équilibre très long.

Gazengel *et coll.* [81] illustre le problème inhérent aux cylindres de latex remplis d'eau lorsque l'on observe le comportement dynamique d'une anche avec une lèvre posée à quelques millimètres de la pointe. À la différence des lèvres réelles et des cylindres remplis de glycérine, les résonances ne sont pas amorties (par rapport au cas de l'anche seule) mais semblent se coupler avec un mouvement oscillant de l'eau et du latex : la résonance d'anche donne naissance à une multitude de résonances d'amplitude plus faibles mais de facteur de qualité semblables. Ceci est peut-être à relier aux ondes de surface observées par Vergez [183].

Cette même source mentionne la facilité avec laquelle une note est émise avec des lèvres artificielles dans le cas des instruments de la famille des cuivres, suggérant que n'importe quel matériau pouvant être mis sous tension peut participer à la production de l'auto-oscillation. Dans le cas des instruments à anche simple, ce constat n'est plus valable, tout au moins lorsqu'il s'agit de produire des notes correspondant à la mise en oscillation sur des résonances proches de celles de la colonne d'air, c'est-à-dire des fréquences plus basses que la fréquence de résonance de l'ensemble anche-lèvre. Un certain nombre d'assemblages et de matériaux ont été testés au cours de la thèse avant d'aboutir à un exemplaire de lèvre garantissant une grande souplesse dans son positionnement et son appui pour une jouabilité acceptable, c'est-à-dire n'ayant pas la fâcheuse tendance à canarder au moindre écart au réglage optimal. Cette lèvre artificielle est formée d'une enveloppe en vinyle souple emplie de glycérine (l'enveloppe est obtenue à partir de gants de protection, le vinyle présentant l'avantage d'être peu élastique par rapport au latex). C'est cette lèvre qui est principalement utilisée par la suite, mais aussi une lèvre formée de mousse de porosité et tortuosité élevée imbibée d'eau et contenue de manière similaire dans une enveloppe de vinyle. Cette seconde lèvre peut autoriser, selon son positionnement, un régime de jeu habituel et aussi un canard tout en maintenant le contact avec l'anche. Elle sera utilisée dans le cas où un faible amortissement d'anche est voulu.

## 4.2 Mesure de pression dans la bouche et dans le bec

Un orifice dans la face avant de la bouche artificielle permet la prise de pression dans la cavité avec un capteur Endevco® 0–5 PSI associé au conditionneur de signal Endevco 136® qui délivre une tension qui est acquise, échantillonnée et quantifiée sur 16 bits par la carte DSpace®. Un capteur différentiel de pression est monté à travers la mentonnière (la face



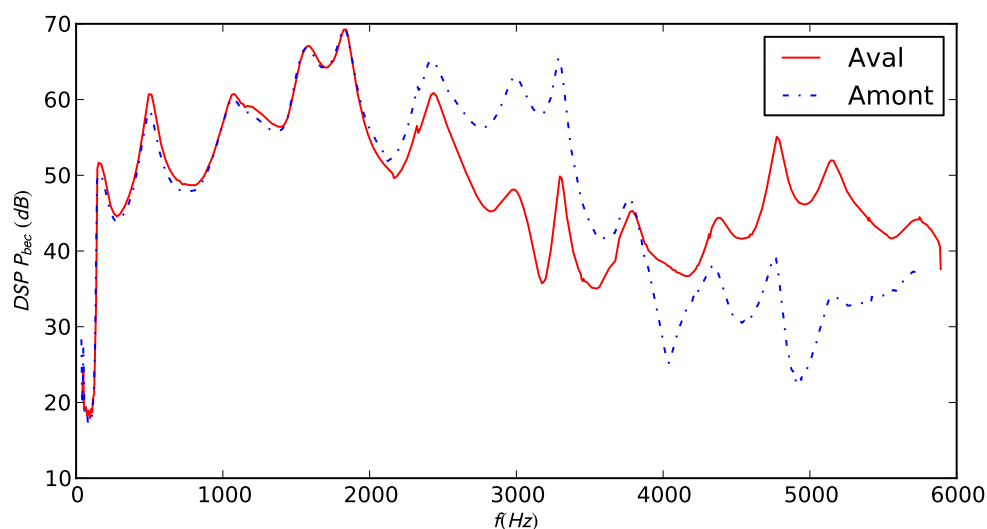
Situation		Sensibilité de la chaîne
Bouche :	(toutes)	290.1 mV/kPa
Bec :	Mesure en jeu	725.2 mV/kPa
Bec :	Forçage acoustique	10000 mV/kPa

**Table 4.1** – Réglage du conditionneur de signal pour la voie correspondant au capteur de pression dans le bec.

du bec sur laquelle s'appuie la lèvre supérieure du musicien). C'est un capteur Endevco® 0 – 2 PSI associé au même conditionneur de signal.

La sensibilité de la chaîne d'acquisition est adaptée à chaque type de mesure de manière à optimiser l'utilisation de l'étendue d'échelle du convertisseur analogique numérique (cf. Table 4.1).

La zone sensible du capteur est alors située juste avant que la perce ne devienne cylindrique (ou sensiblement conique). Un placement plus proche de la pointe de l'anche expose le capteur aux turbulences qui permettent la dissipation du jet en sortie du canal d'anche et diminue fortement le rapport signal à bruit en présence de pression dans la bouche. Il conviendrait de discuter de la variation de pression dans le bec. En effet, l'effort de pression sur la face interne de l'anche est distribué sur toute la surface apparente, et la pression n'y est pas forcément uniforme. Dans les conditions de jeu du premier registre, la fréquence émise est proche de la première fréquence de résonance d'un tuyau ouvert à une extrémité et fermé à l'autre, ce qui correspond à un profil de champ de pression en quart d'onde dans l'instrument avec un maximum de pression du côté du bec. La pression observée y est la moins sensible à la position de l'observateur. Néanmoins, pour la caractérisation de l'anche, des fréquences allant jusqu'à 6 kHz sont excitées. La longueur d'onde est alors de l'ordre de 5 cm, comparable aux dimensions de la chambre du bec, mais reste grande devant la longueur réellement mobile de l'anche.



**Figure 4.2** – Densités spectrales de puissance des pressions dans le bec en deux positions pour une excitation acoustique dans le résonateur.

La visualisation (cf. Fig. 4.2) de la transformée de Fourier de la pression mesurée montre

une baisse d'énergie dans le signal de pression autour de 3 kHz alors qu'une acquisition sur l'anche (non représentée ici) indique qu'elle est en vibration et donc soumise à un champ de pression acoustique. L'explication se trouve dans les équations (2.20)-(2.21). L'observation est modulée par un facteur de visibilité dépendant de la position du microphone et des conditions aux limites. Sur la position dite *aval* (celle qui se trouve en dehors de la zone de turbulence), le facteur de visibilité présente de faibles valeurs entre 2.5 et 3.5 kHz. Pour la position plus proche du canal d'anche (position dite *amont*), le capteur semble *sourd* à partir de 3.8 kHz. L'observation de la pression au point de placement du capteur est ainsi biaisée et la bande passante de mesure du signal de pression est alors limitée non pas par une éventuelle fréquence de coupure du transducteur mais par ce facteur de visibilité. Plus le point d'observation est proche de l'extrémité quasi fermée, plus la fréquence pour laquelle un nœud de pression s'y établit au niveau du capteur est élevée. Il est d'ailleurs intéressant de voir la variation de cette fréquence avec la variation du contact de la lèvre sur l'anche. Ce contact influe à la fois sur l'ouverture du canal d'anche au repos (et la fuite associée) et sur le débit d'anche créant une condition aux limites pour le moins complexe.

Une amélioration possible du dispositif d'acquisition consiste à rapprocher le point de mesure du canal d'anche, par exemple à l'aide d'un capillaire placé le long de la face interne immobile de la chambre ou à l'aide d'un second orifice permettant l'insertion du capteur de pression au plus près du canal d'anche. Ceci semble peu envisageable dans le cadre d'une mesure de pression interne en cours de jeu du fait de la présence de la partie sensible du capteur dans la zone de dissipation du jet mais peut être acceptable dans le cas d'une excitation purement acoustique sans écoulement d'air à travers le canal d'anche. La position dite *amont* réalise un compromis entre turbulence et bande passante. C'est donc elle qui est utilisée pour la suite des expériences.

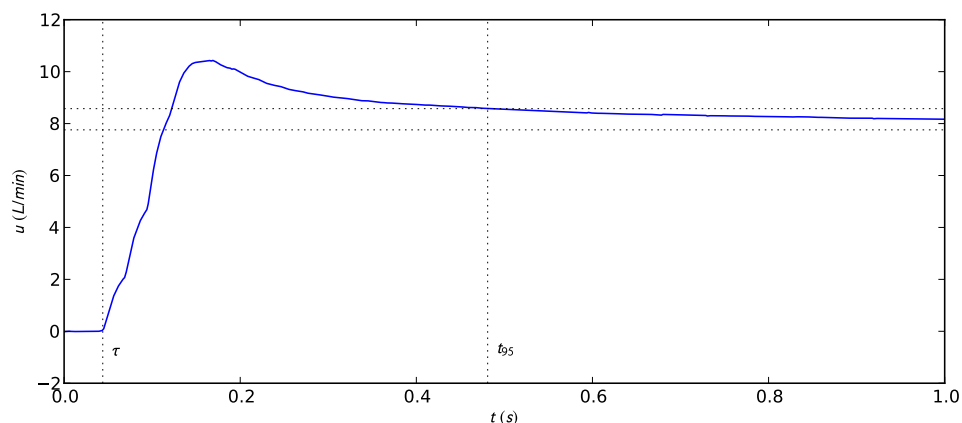
### 4.3 Mesure de débit

Pour les mesures de relation débit-pression caractérisant le système excitateur de l'instrument en régime statique, le débit entrant à travers le canal d'anche est mesuré par le débitmètre massique Bürkert® 8701, reposant sur la mesure de la température en amont et en aval d'une résistance chauffante sur une dérivation de l'écoulement principal. L'avantage de cette méthode sur une mesure directe de débit volumique est sa plus faible sensibilité aux conditions de température et de pression qui peuvent fluctuer de manière non négligeable sur la bouche artificielle, ces paramètres n'étant pas contrôlés ni dans la salle d'expérimentation, ni dans l'écoulement.

Néanmoins, ce principe de mesure a une bande passante limitée par la dynamique des processus thermiques. La documentation constructeur annonce un temps de réponse à 95% inférieur à 300 ms. Nous avons procédé à un essai de réponse pseudo-indicielle en envoyant une commande d'ouverture sur une électrovanne débitant dans le débitmètre après une conduite flexible de quelques centimètres. La réponse temporelle (cf Fig. 4.3) consécutive à une brusque ouverture fait apparaître :

- un retard  $\tau \sim 44$  ms avant que le signal du capteur ne quitte sa valeur de repos,
- une réponse avec dépassement de l'ordre de 30% avant stabilisation après un temps de réponse à 95% de  $t_{95\%} = 430$  ms.

Ce simple essai sur le débitmètre permet de mieux quantifier la notion de caractéristique *quasi-statique*. En plus des constantes de jeu du processus étudié (la bouche artificielle et la clarinette), il convient de bien tenir compte des temps de réponse des instruments de mesure, en particulier de celui du débitmètre.

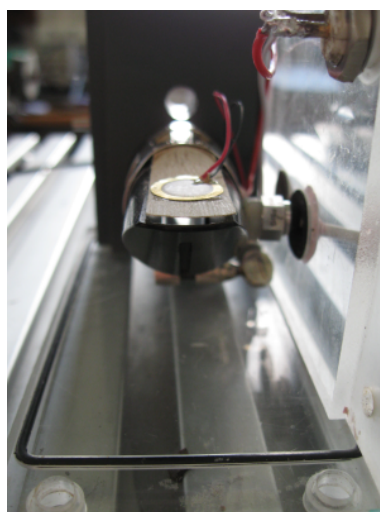


**Figure 4.3** – Réponse temporelle du débitmètre au brusque établissement d'un écoulement (la pression amont du débitmètre se stabilise en 10 ms).

## 4.4 Acquisition du mouvement de l'anche

### 4.4.1 Pastille piézo-électrique

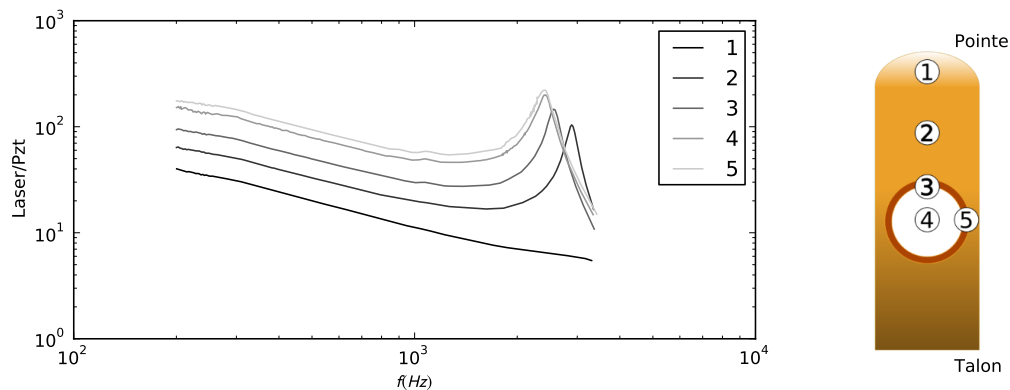
Une cellule piézo-électrique (PZT) est fixée sur la face externe de l'anche, au niveau de la zone de contact avec la lèvre inférieure du musicien (cf. Photo 4.4). Le signal est alors amplifié par le pré-amplificateur faible bruit SA-200F3 (relativement peu sensible au courant alternatif 50 Hz du réseau électrique), échantillonné et quantifiée sur 16 bits par la carte DSpace®.



**Figure 4.4** – Positionnement du capteur piézo-électrique sur l'anche (lèvre non présente).

La pastille provient d'un buzzer, composant à très bas prix. La tension générée est de nature piézo-électrique et provient de la déformation du cristal contenu dans le capteur qui est dans notre cas collé sur l'anche et partiellement en contact avec la lèvre. Cette déformation est à la fois due à la déformation de l'anche mais aussi à la contrainte exercée par la lèvre. De plus, les dimensions de la pastille contribuent à une information avec une intégration spatiale. Des essais au vibromètre laser visant à proximité de la pastille ont abouti aux fonctions de transfert entre la tension aux bornes du capteur PZT et la vitesse (estimée par le vibromètre

Polytec<sup>®</sup> OFV-303) représentée sur la figure 4.5. En comparant la vitesse au centre de la



**Figure 4.5** – Fonctions de transfert entre la tension aux bornes du capteur PZT et la vitesse en divers points de l'anche : (1) pointe de l'anche, (2) léger retrait, (3) au bord de la pastille, (4) au centre de la pastille et (5) sur le bord de l'anche.

pastille (courbe (4)) à la tension aux bornes du capteur PZT, on observe que celui-ci a un comportement semblable à un accéléromètre aux basses fréquences, ce qui n'est plus valable à partir de 1 kHz où soit la pastille ne paraît pas sensible à une résonance de vitesse, soit elle présente un minimum de visibilité (ce qui pourrait être associé à un mode de torsion non perçu du fait de l'intégration spatiale). Curieusement, la courbe fréquentielle la plus plate relie la tension PZT à la vitesse au milieu de la pointe de l'anche, ce qui signifierait que le capteur fournit une mesure très indirecte de l'accélération de la pointe de l'anche !

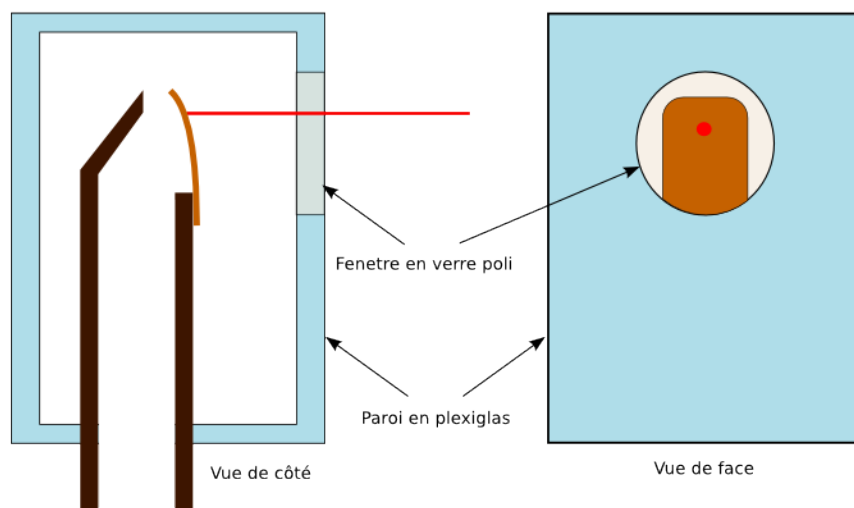
À défaut d'obtenir une information fiable et quantifiable, l'intérêt de la pastille est d'être très sensible aux vibrations de très faible amplitude, même sans polariser le cristal piézo-électrique. Il nous a permis ainsi de détecter les bandes de fréquence où l'anche présente des résonances.

#### 4.4.2 Vibromètre laser

Le modèle utilisé est le contrôleur Polytec<sup>®</sup> OFV-3001 muni de la tête optique OFV-303. C'est un vibromètre laser mono-point dont le principe de fonctionnement repose sur l'effet Doppler subi par le faisceau émis par le vibromètre et réfléchi par l'anche mobile. Il permet d'estimer la vitesse du point visé dans la direction du faisceau. Son utilisation est tout d'abord limitée par la visibilité de l'anche qui est en partie masquée par la lèvre ou par le support de celle-ci, ce qui limite la zone de l'anche pouvant être explorée à 2 – 3 mm à partir de la pointe.

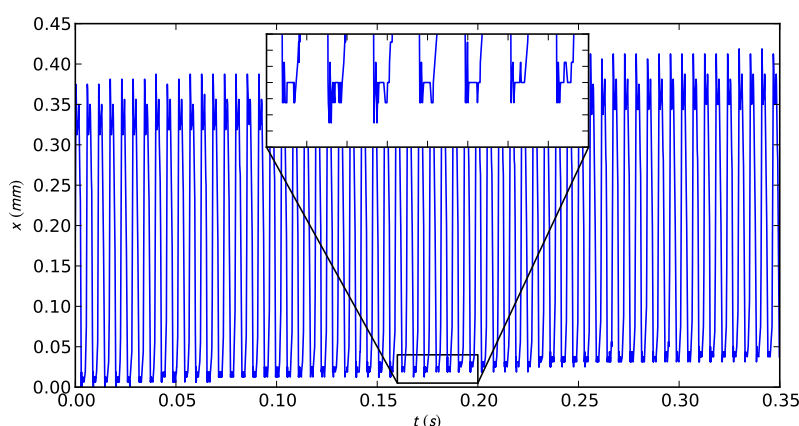
Un second obstacle à son utilisation a été l'état de surface du plexiglas constituant la face supérieure de la bouche artificielle. Le plexiglas ayant été dégradé par de multiples montages et démontages de la maquette, il en résulte la présence de nombreuses rayures donnant naissance à une réflexion diffusive prématurée car la puissance lumineuse arrivant sur l'anche devient alors faible et le vibromètre « focalise » sur la paroi plutôt que sur l'objet qui nous intéresse. Pour contrer cet inconvénient, une fenêtre à faces parallèles et avec traitement anti-reflets a été insérée dans la face supérieure de la bouche artificielle (cf Fig. 4.6), assurant une réflexion faible et une herméticité de la cavité.

Le vibromètre laser a été utilisé au cours du projet de troisième année réalisé par Gwenaëlle Petit et Benjamin Vial, étudiants de l'École Centrale Marseille, et que j'ai encadrés. Il a permis l'acquisition des déplacements en plusieurs points de la pointe de l'anche en cours de jeu pour



**Figure 4.6** – Montage de la lame à faces parallèles pour le vibromètre laser.

un ensemble de configurations de pression d'alimentation et de doigtés. Un souci qui a été constaté concerne une dérive apparente dans le signal de déplacement (reconstitué à partir de la vitesse) visible sur la figure 4.7. Si un souci d'intégration numérique a été envisagé, l'examen des phases où l'anche se plaque de manière dynamique contre les rails et le cordon du bec (en configuration d'anche battante) montre que le signal ne prend dans cet état plaqué qu'une à deux valeurs après quantification, c'est-à-dire que ces paliers ne font pas apparaître de dérive. Une hypothèse est que le vibromètre utilisé ne parvient pas à suivre les valeurs fortes de la vitesse lorsque l'anche passe d'une petite à une grande ouverture et/ou inversement. Lors de ces transitions, l'anche se déplace avec des vitesses de l'ordre de 1 m/s qui sont pourtant dans la plage de mesure du vibromètre. Ce point n'a pour l'heure pas encore été résolu.



**Figure 4.7** – Dérive constatée sur le signal de déplacement mesuré par le vibromètre laser. Zoom sur un ensemble de paliers d'anche battante. La quantification visible est causée par le convertisseur DSpace® et non par le vibromètre.

En plus des différents problèmes énoncés ci-dessus, le vibromètre laser ne permet pas d'accéder à l'ouverture du canal d'anche en statique. Si l'on ajoute le fait qu'il est très de-

mandé au sein du laboratoire, ceci nous a conduit à envisager d'autres solutions d'acquisition de la position et du mouvement de l'anche.

#### 4.4.3 Capteur de déplacement

Les développements autour de la bouche artificielle ont donné naissance, ou tout au moins participé, à une discussion au sein du laboratoire sur les moyens d'acquisition de déplacement, un besoin étant ressenti par différents intervenants de l'unité. Un capteur optique de position existe et est disponible mais requiert la présence d'une sonde au voisinage de l'objet à observer, à une distance de 4 mm, ce qui est difficilement acceptable au vu de l'encombrement de la bouche artificielle.

La réflexion s'est orientée sur les capteurs laser par triangulation : un faisceau est émis depuis la tête optique, se propage jusqu'à l'objet visé. La réflexion diffuse sur celui-ci assure une réémission sur une distribution de directions, notamment en direction d'une lentille réceptrice placée au voisinage de l'émetteur sur la tête optique. L'angle d'incidence est corrélé à la distance de l'objet et un ensemble lentille-capteur CCD convertit cet angle d'incidence en position linéaire sur le capteur. Le dimensionnement des différents éléments doit être effectué en fonction de la « distance de travail », distance de l'appareil de mesure à l'objet observé, de la pleine échelle du capteur. Pour pouvoir mesurer de faibles déplacements, il est nécessaire que ces variations de distance donnent lieu à des variations d'angle d'incidence conséquentes, ce qui peut être obtenu en rapprochant la tête optique de la cible. Ceci amène à un compromis sensibilité/intrusivité du capteur. Parmi les produits de la gamme Micro-Epsilon® opérant avec une fréquence d'échantillonnage suffisante (20 kHz), les caractéristiques techniques données par le constructeur sont reportées dans la table 4.2. La pleine échelle serait d'autant mieux utilisée que l'écart entre distances maximale et minimale est faible, mais ceci implique de rapprocher le capteur. Par exemple, le capteur ILD 2220-2 a une pleine échelle de 2 mm qui sera idéale pour la mesure de déplacement de l'anche, mais il requiert que la tête optique soit placée à environ 25 mm, soit dans la bouche artificielle, ce qui n'est pas possible vu les dimensions du capteur !

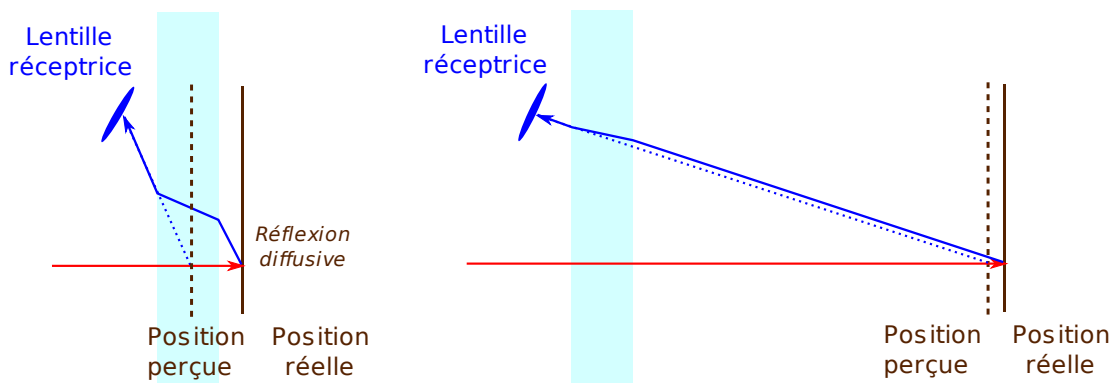
Modèle	Pleine échelle (mm)	Distance maximale (mm)
ILD 2220-2	2	26
ILD 2220-10	10	40
ILD 2220-20	20	60
ILD 2220-50	50	95
ILD 2220-100	100	170
ILD 2220-200	200	330

**Table 4.2** – Extrait des caractéristiques techniques des capteurs Micro-Epsilon® optoNCDT 2220.

Une autre inconvénient vient du fait que la variance du signal issu du capteur en l'absence d'excitation est bien plus grande que la résolution, avec des valeurs pouvant atteindre 100  $\mu\text{m}$  si l'on demande une grande bande passante (réglage sur le contrôleur associé au capteur). Cet écart considérable peut vraisemblablement être mis sur le compte de la rugosité de la surface de l'anche en rapport avec les dimensions du spot (80  $\mu\text{m}$  au milieu de la plage de mesure).

Pour finir, le principe de mesure par triangulation est biaisé lorsque les faisceaux passent à travers une (ou plusieurs) interface entre milieux d'indices optiques différents. La figure 4.8

montre comment la vitre introduit une déviation du faisceau dépendant de l'angle d'incidence. Le capteur indique alors une position estimée (par inversion du modèle qui ne tient pas compte de cette déviation) différente de la position réelle de l'anche. Un exemple de résultat surprenant est l'indication d'un débattement de l'ordre de 3 mm alors que l'anche est fortement pincée !



**Figure 4.8** – Déviation des faisceaux par une lame à faces parallèles : écart variable entre distance réelle et distance perçue.

Ces observations nous ont conduit à ne nous servir de ce dispositif que dans le cadre de l'étalonnage du montage qui va être présenté plus bas, étalonnage quasi-statique sans la face supérieure de la bouche artificielle. L'utilisation du capteur laser par triangulation ne pose pas de souci et complète dans les basses fréquences l'emploi du vibromètre destiné quant à lui aux vibrations.

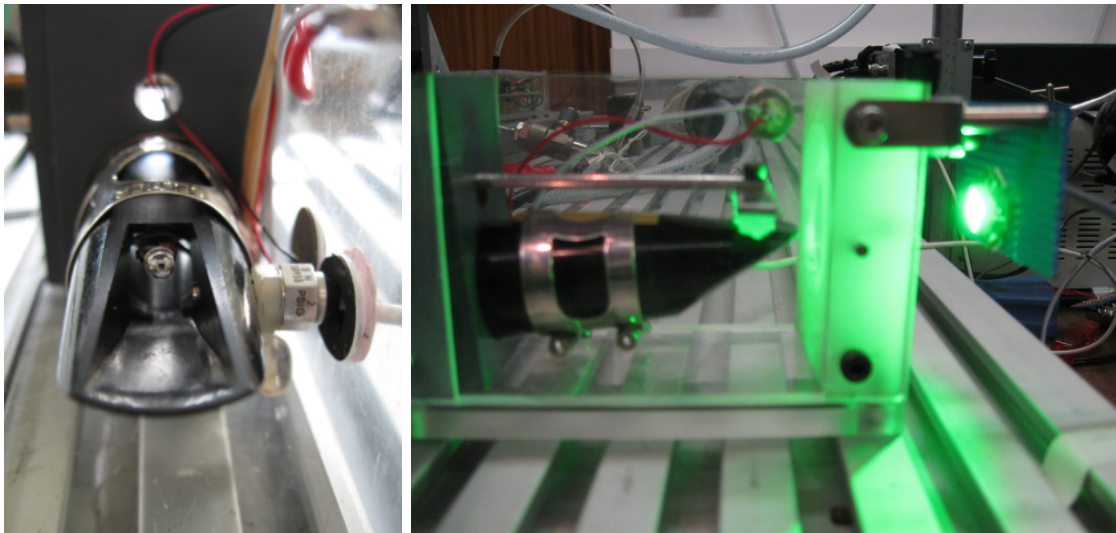
#### 4.4.4 Montage optique de flux à travers le canal

Les moyens d'observation du mouvement de l'anche décrits ci-dessus ne fournissent qu'une information très indirecte (capteur PZT) ou ponctuelle (capteurs laser), qui peut par conséquent être biaisée par exemple si la lèvre est en contact asymétrique avec l'anche (épaisseur non uniforme, support de lèvre non parallèle à l'anche, etc. . .).

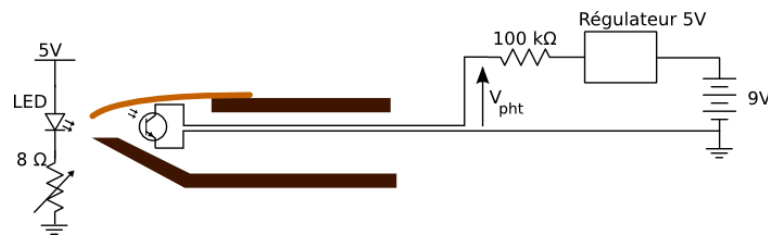
De plus, ce ne sont que des informations relatives à un zéro arbitraire. Si l'on enregistre les signaux issus de ces dispositifs lorsque l'anche est progressivement plaquée, celle-ci peut légèrement rentrer à l'intérieur du bec tout en étant en appui sur le cordon et le rail du bec, à la manière d'une membrane tendue sur un cadre, et ce sur une distance pouvant atteindre 0.1 mm. Chercher à régler la position zéro des mesures à partir de cette configuration pourrait entraîner un biais supplémentaire et les estimations seraient alors susceptibles d'estimer un canal d'anche ouvert alors que celui-ci est fermé et/ou inversement.

Ces considérations nous ont orienté vers une mesure plus proche de la quantité qui intervient réellement dans le modèle présenté dans les chapitres précédents : la section d'ouverture du canal d'anche à travers laquelle passe l'air soufflé par le musicien ou la bouche artificielle, sans hypothèse sur la géométrie de cette ouverture. Cette même section autorise un flux optique généré par une diode électro-luminescente (LED) placée en regard du canal, un photo-transistor (PhT) placé dans le bec sous l'anche (au commencement du talon) donnant une indication de l'éclairement reçu par sa surface sensible (cf Fig. 4.9). Avant d'être exploité de manière quantitative, le montage doit être dimensionné et étalonné en statique comme en dynamique. Ceci fait l'objet des sections qui suivent.





**Figure 4.9** – Positionnement du photo-transistor à l'intérieur du bec (à gauche, anche et lèvre non montées) et de la diode émettrice (à droite). Sur la photo de gauche est visible le capteur de pression dans le bec placé en position amont.



**Figure 4.10** – Schémas électriques des circuits émetteurs et récepteurs du montage optique.

### Dimensionnement des montages émetteur et récepteur

La diode CMDA-A31 est alimentée sous 5 V (alimentation stabilisée sur réseau EDF) par l'intermédiaire d'une faible résistance dimensionnée pour tirer parti de la puissance lumineuse maximale dans les limites de courant admissible et de dissipation thermique, soit une puissance lumineuse de l'ordre de 50 lm.

En ce qui concerne le circuit récepteur, il est alimenté par une tension de 5 V également, mais obtenue à partir d'une pile 6LR61-9 V associée à un régulateur de tension. Le photo-transistor OSRAM-SFH3310 convertit le flux lumineux arrivant sur sa surface sensible en un courant qui parcourt également une résistance de tirage de 100 kΩ. Celle-ci est dimensionnée de sorte que la plage de tension disponible de 0 – 5 V soit exploitée au mieux entre les configurations *canal fermé* (pas de courant, soit une tension de 5 V entre le collecteur et l'émetteur) et *canal grand ouvert* (transistor saturé, tension quasi nulle, éclairage de l'ordre de 200 lx).

### Étalonnage quasi-statique

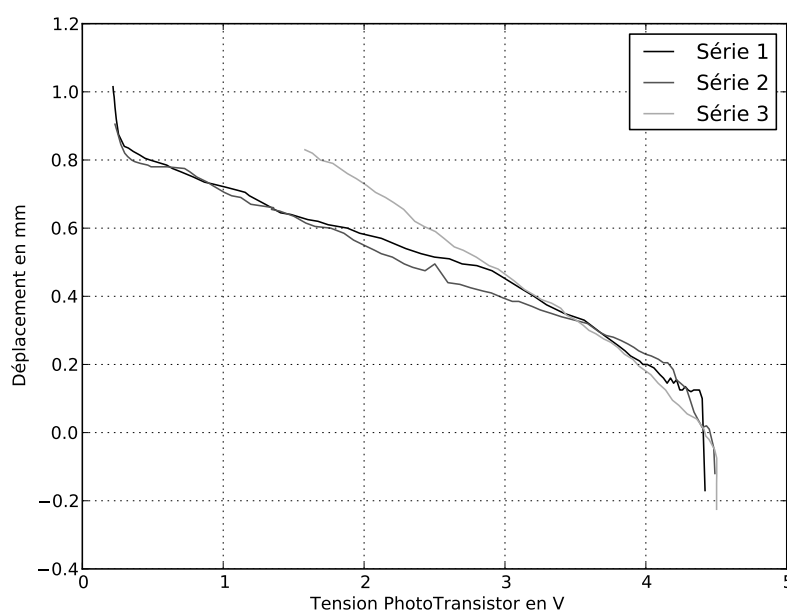
Le capteur laser par triangulation est utilisé pour procéder à l'étalonnage du montage de mesure du flux optique. La bouche artificielle est ouverte afin d'éviter une déviation des faisceaux, et l'anche est progressivement plaquée contre la table du bec par contact mécanique. Le capteur laser donne une indication sur le déplacement, sans position de référence



conformément à ce qui a été mentionné ci-dessus. Une photographie prise latéralement est traitée par un logiciel permettant de définir un repère et une norme sur une image ([G3Data](#)), afin de déterminer une valeur d'ouverture pour une position donnée et donc une tension aux bornes du photo-transistor. Les séries 1 et 2 de la figure 4.11 montrent que les résultats sont reproductibles avec une variance inférieure à 0.1 mm. La plage 0 – 5 V se divise en trois intervalles :

- aux grandes ouvertures, le photo-transistor sature par fort éclairement, le capteur devient moins sensible aux déplacements de l'anche. Si les grandes ouvertures sont à explorer, il convient de diminuer la puissance lumineuse de la LED émettrice ;
- une zone au comportement quasi-linéaire sur environ 3 V ;
- aux petites ouvertures, la tension de seuil des jonctions PN du photo-transistor rend la relation courant-éclairage non linéaire. Pour repousser cette limite, l'adjonction d'une source lumineuse résiduelle est envisagée mais non encore mise en œuvre. Il est possible que l'utilisation d'anche Fibracell (non opaques et laissant entrer une faible lumière même à l'état plaqué) soit préférable à celle d'anches Plasticover (recouverte d'un film plastique noir) pour cette application.

La troisième série de la figure 4.11 illustre un défaut de positionnement de l'émetteur, un mauvais alignement diminuant fortement l'éclairage maximal du photo-transistor. Ceci impose de vérifier la plage de valeurs prises par la tension aux bornes du photo-transistor, afin de procéder au réajustement du montage émetteur.



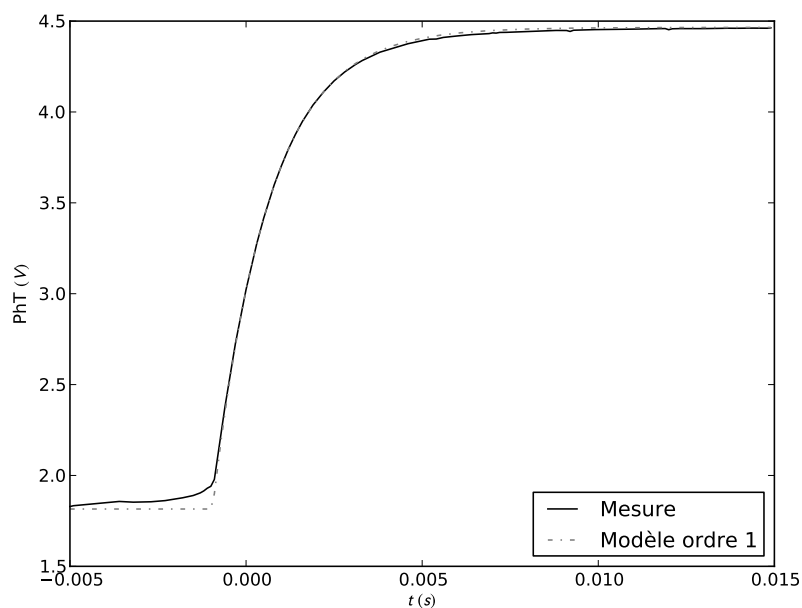
**Figure 4.11** – Étalonnage du photo-transistor pour trois séries, avec montage et démontage complet de la bouche entre chaque série.

### Comportement fréquentiel du montage optique

Le circuit émetteur inclut une diode électro-luminescente dont les temps d'établissement typiques sont de l'ordre de 1  $\mu$ s et ne sont donc pas contraignants dans le domaine audio. Par contre, les photo-transistors ont généralement des temps de réponse plus longs. Dans

le montage récepteur, le photo-transistor a une capacité entre collecteur et émetteur de l'ordre de 10 pF et est associé à une forte résistance de tirage ( $R = 100 \text{ k}\Omega$ ), ce qui aboutit à une constante de temps proche de la milliseconde. Des essais ont donc été réalisés pour déterminer la bande passante du montage récepteur.

Une réponse indicielle est obtenue lors de la connection à *chaud* du circuit émetteur sur une alimentation préalablement mise en fonctionnement et ayant atteint sa température de marche. On relève des comportements proches de celui d'un système du premier ordre (cf. Fig. 4.12) avec une constante de temps estimé à  $\tau_{\text{PhT}} = 1.56 \text{ ms} (\pm 0.3 \%)$  (calcul reposant sur la moyenne de trois estimations de  $\tau$  par inversion de modèle du premier ordre).



**Figure 4.12** – Réponse indicielle typique du montage récepteur.

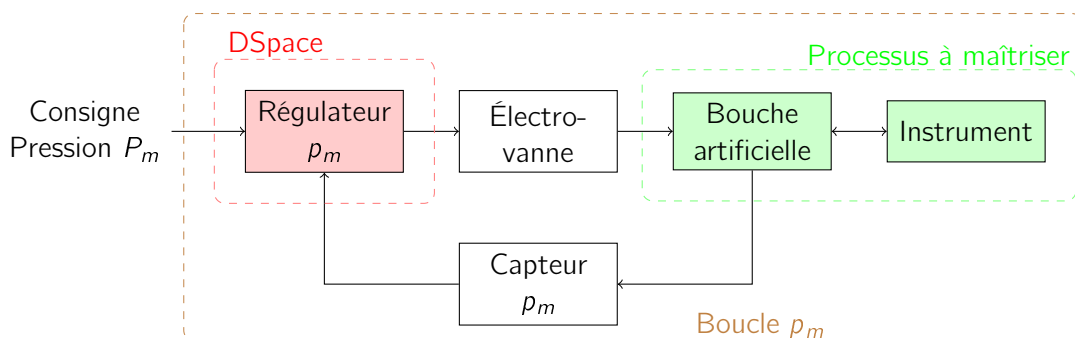
Le début de la réponse indicielle semble indiquer la présence d'une seconde constante de temps, mais qui semble plus courte et n'intervient pas dans la bande passante. Il est en conclusion possible de considérer que le capteur dispose d'une fréquence de coupure de l'ordre de 600 Hz. Il est néanmoins impératif de prendre en compte le déphasage introduit entre ouverture réelle et tension de sortie. Un filtrage équivalent sera introduit sur les signaux concernés lorsqu'il s'agira de comparer la réponse en fréquence de l'ancre dont le mouvement est acquis par le photo-transistor.

La faible valeur de la fréquence de coupure est essentiellement due à la forte résistance de tirage qu'il est nécessaire d'utiliser pour exploiter au mieux la plage de tension 0 – 5 V et avoir des signaux correctement quantifiés. Une possibilité est de diminuer la résistance (en connectant une seconde résistance de 33 k $\Omega$  en parallèle). La fréquence de coupure est alors repoussée en-dehors de l'horizon fréquentiel observé au prix d'une détérioration du rapport signal à bruit.

## 4.5 Régulation de pression

### 4.5.1 Principe

La régulation de pression dans la bouche s'effectue à l'aide d'un actionneur de débit (électro-vanne proportionnelle à commande directe Bürkert® 2832) couplé à un régulateur PID réalisé sur une carte DSP (DSpace® 1104). L'électrovanne contrôle l'admission d'air depuis le circuit d'air comprimé du campus (avec des pressions pouvant atteindre 6 bar après détendeur) vers la bouche artificielle présentée ci-dessus.



**Figure 4.13** – Schéma de principe de la boucle de régulation mise en place pour asservir la pression dans la bouche.

De manière historique, le contrôle de la pression en bouches artificielles s'est fait de manière manuelle à l'aide d'une vanne difficile à maîtriser. L'obtention de pression constante était sujette aux aléas du circuit d'alimentation amont, ainsi que la reproductibilité des expériences qui demandait beaucoup de dextérité de la part de l'opérateur. L'asservissement de pression, avec une structure comme celle présentée dans la figure 4.13, a pour objectif de plus grandes précision, stabilité et réactivité dans l'évolution temporelle de la pression buccale dans les différentes configurations envisagées : une pression constante ou très lentement variable pour des progressions quasi-statiques, ou l'établissement de la pression selon des profils bien définis pour la reproduction d'attaque. Les exigences peuvent être relativement fortes, comme par exemple la régulation autour de valeur de l'ordre de 1 kPa avec des écarts de l'ordre du Pascal.

La mise en place de la boucle de régulation et son dimensionnement nécessitent de déterminer quels sont les phénomènes qui peuvent perturber le bon fonctionnement de l'asservissement, et ainsi d'adopter une stratégie optimale de contrôle. Nous reprenons ici des éléments de Ferrand *et coll.* [72].

### 4.5.2 Difficultés et solutions mises en œuvre

**Comportement de l'électrovanne.** L'actionneur de la boucle de régulation est une électrovanne, organe qui, associé à un amplificateur de puissance, a pour rôle de convertir la tension de commande en un débit volumique de manière la plus linéaire possible. Cette fonction est assurée par une armature obstruant l'écoulement et contrôlée par une force de nature électromécanique. À cet effort de commande s'oppose la raideur d'un ressort de tarage (l'électrovanne est naturellement fermée), la force de pression du fluide, mais aussi des forces de frottement sec entre les parties mobiles et le châssis de l'électrovanne. Pour déplacer le plongeur c'est-à-dire passer d'une phase d'adhérence à une phase de glissement, il est nécessaire de compenser ces forces de frottement ce qui introduit un hystérésis dans la

réponse de l'organe (cf. [72] pour plus de détails). Cette non-linéarité est contrée par la mise en place d'une boucle locale de régulation de débit avec un observateur de débit (méthode de Venturi) au plus près de l'électrovanne.

**Nécessité d'un volume.** Si l'électrovanne alimente directement l'instrument en écoulement, le débit  $u_e$  entrant dans le bec est identique au débit imposé par l'actionneur  $u_i$ . L'installation d'une pression  $p_m$  amont n'est alors que la conséquence de la résistance à l'écoulement opposée par l'instrument  $u_e = f(p_m)$ . Dans le cas d'une section d'entrée constante comme dans le cas d'une flûte, cette fonction  $f$  est strictement monotone et la régulation sur la pression amont est possible. Dans le cas des instruments à anche simple, la section d'entrée varie avec la pression et la caractéristique  $u_e = f(p_m)$  présente une inversion de pente. Il en résulte une non-inversibilité qui rend le pilotage direct incontrôlable en cette singularité.

Ce problème peut être résolu par l'adjonction d'un volume  $V$  intermédiaire entre l'actionneur et l'instrument. C'est le rôle du volume intérieur de la bouche artificielle. En partant de l'équation des gaz parfaits dans le volume buccal ( $R$  est la constante des gaz parfaits, et  $T$  la température) et de la conservation de la masse ( $\rho$  est la masse volumique), il vient que l'ajustement de pression se fait par contrôle du débit entrant :

$$\frac{dp_m}{dt} = \frac{RT}{V} \rho(u_i - u_e). \quad (4.1)$$

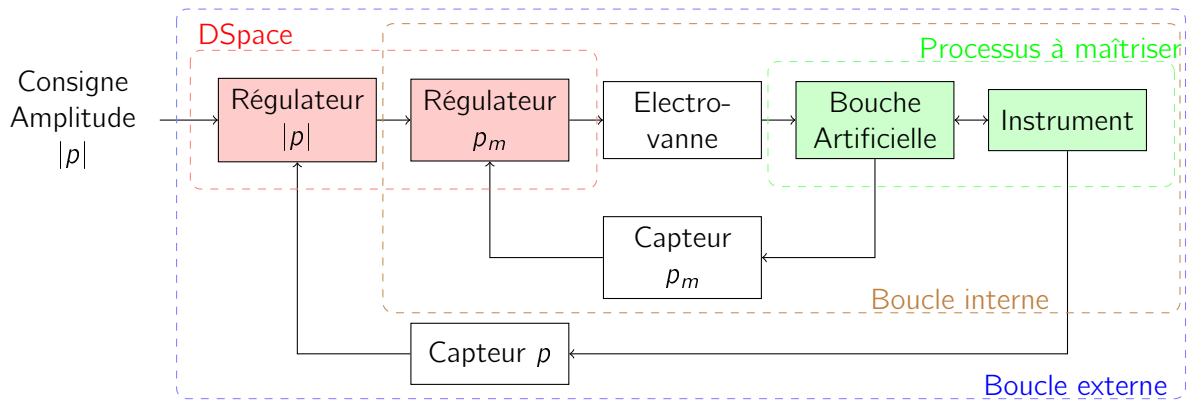
Après transformation de Laplace (la variable de Laplace est notée  $s$ ), il vient que le comportement de la charge que forme la bouche et l'instrument est décrit par :

$$\frac{P_m(s)}{U_i(s)} = \frac{1}{\frac{sV}{RT} + \rho \beta(p_m^{eq})} \text{ avec } \beta(p_m^{eq}) = \left. \frac{\partial u_e}{\partial p_m} \right|_{p_m^{eq}} \quad (4.2)$$

qui fait intervenir la pente de la caractéristique de débit-pression de l'instrument, évaluée au point de fonctionnement. Cette caractéristique quasi-statique est fortement non linéaire, c'est-à-dire que la charge  $\beta(p_m^{eq})$  est dépendante du point de fonctionnement  $p_m^{eq}$  et par conséquent fortement fluctuante, ce qui génère des performances dynamiques très variables pour l'asservissement. Toutefois il n'y a plus de problème de contrôlabilité lorsque la charge s'annule grâce à la présence du volume tampon entre l'actionneur et la charge. Il est notable que le volume est déterminant dans la constante de temps du processus, ce qui se comprend intuitivement : plus le volume est grand, plus l'augmentation de la pression d'une unité est long à débit entrant fixé. D'autre part, le gain apparent du processus dépend du point de fonctionnement de l'instrument. Pour pallier cet inconvénient, une identification de ce gain, image de la résistance à l'écoulement de l'instrument, permet une pré-compensation du gain statique du contrôle. Cette solution aboutit à un contrôle avec plus de robustesse en fonction du point de fonctionnement, mais nécessite une bonne connaissance des caractéristiques pression/débit. Des travaux en cours portent sur la réalisation d'un gain adaptatif, avec comme résultats une erreur de l'ordre du Pascal pour des consignes pouvant atteindre plusieurs kiloPascals.

L'inversion de la pente de la caractéristique pourrait conduire à l'instabilité du procédé. De manière inhabituelle en automatique, il est nécessaire d'imposer un gain du régulateur supérieur à une valeur minimale pour stabiliser l'asservissement, avec une borne supérieure pour le produit du gain de régulateur et du gain du procédé. En abaissant le gain du procédé, le volume autorise ainsi des gains de régulateur plus élevés pour une valeur du produit donnée. Ainsi, plus le volume est important, plus la plage de valeurs du gain de régulateur qui assurent la stabilité est importante.

**Perturbation acoustique.** Le calcul précédent ne prend en compte que le caractère résistif de la relation débit-pression à l'entrée de l'instrument. On remarquera que cela revient à négliger l'acoustique dans le problème du contrôle de l'émission sonore. Bien que certains instruments à vent présentent un couplage acoustique faible entre le bouche et le résonateur, ce couplage peut être fort pour les instruments à anche simple (cf. [91, 94] par exemple). L'acoustique est donc également à considérer, d'autant plus que les bandes fréquentielles mises en jeu dans la régulation et dans l'acoustique ne sont pas complètement disjointes. La charge dynamique  $\beta$  fait intervenir les comportements dynamiques de l'anche et du guide d'onde et devient donc une fonction dépendant de la fréquence et du point de fonctionnement. Une particularité est qu'elle devient infinie au seuil d'oscillation de l'instrument, c'est-à-dire pour le point de fonctionnement et la fréquence qui annulent l'équation caractéristique obtenue dans le chapitre 3 (Eq. (3.31)). Le dépassement de la pression de seuil provoque l'apparition d'oscillations sur la pression dans le bec mais aussi sur le débit entrant, avec une diminution du débit moyen. L'électrovanne cherche à compenser cette baisse de débit moyen pour assurer une pression buccale constante, ce qui occasionne un transitoire de pression au voisinage du seuil et limite la précision de la détection de la bifurcation. Pour l'étude expérimentale des seuils d'oscillation, ou plutôt des seuils d'instabilité du régime statique (de l'instrument et donc du processus), ce problème a été compensé par le développement d'une boucle cascade (cf. Fig. 4.14) avec régulation portant sur l'amplitude de la pression interne dans le bec. Par ailleurs, un grand volume assure également une sensibilité plus faible aux brusques variations de débit, ce qui a motivé l'utilisation d'une capacité de 120 litres pour les études de seuil afin de transformer l'actionneur de débit qu'est l'électrovanne en une source idéale de pression, peu sensible aux perturbations apportées par l'instrument lui-même.



**Figure 4.14** – Schéma de principe de la boucle cascade mise en place pour mesurer avec plus de précision les seuils d'oscillation. La consigne de la boucle interne (asservissement de la pression dans la bouche) est fournie par la sortie de la boucle externe qui cherche à asservir l'amplitude du signal de pression acoustique dans le bec.

## Chapitre 5

# Mesures de seuil d'oscillation

### Sommaire

---

- 5.1 Impédance d'entrée du résonateur acoustique**
  - 5.2 Caractéristique non linéaire débit-pression-ouverture**
  - 5.3 Caractérisation fréquentielle de l'anche**
    - 5.3.1 Excitation
    - 5.3.2 Traitement des données
    - 5.3.3 Méthode complémentaire utilisant les signaux de jeu
  - 5.4 Estimation du débit d'anche**
  - 5.5 Mesure de seuils**
    - 5.5.1 Protocole de mesure
    - 5.5.2 Mesure avec la lèvre de glycérine
    - 5.5.3 Lèvre en mousse
    - 5.5.4 Raideur de l'anche : gain petits signaux ou coefficient apparent
    - 5.5.5 Équation corrigée des seuils d'oscillation
- 

Après avoir présenté au cours du chapitre précédent l'instrumentation de la bouche artificielle permettant de mesurer pressions dans la bouche et dans le bec, débit en amont de la bouche ou en aval du bec, et ouverture du canal, notre attention se porte désormais sur les différentes expériences menant aux grandeurs intervenant dans la théorie des seuils d'oscillation. À ce stade, nous cherchons à faire le moins d'hypothèses possibles, ce qui contribue à poser la question de la pertinence des modèles adoptés dans la théorie. Nous nous attachons ici à déterminer les grandeurs de bas niveau, la paramétrisation n'étant effectuée que dans un second temps. Les expériences à réaliser sont par conséquent les suivantes :

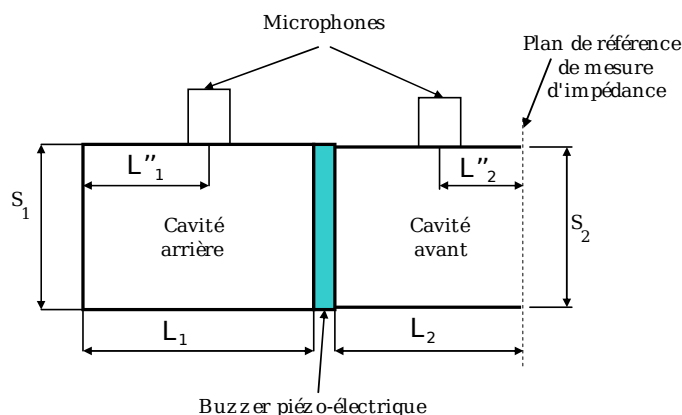
- mesure d'impédance d'entrée du résonateur acoustique,
- relations quasi-statiques entre pressions, débit entrant et ouverture du canal,
- relevé de la fonction de transfert dynamique entre différence de pression et mouvement de l'anche,
- mesure de seuils d'oscillation.

Nous présentons dans ce chapitre ces expériences et les résultats obtenus.

### 5.1 Impédance d'entrée du résonateur acoustique

Une revue bibliographique des méthodes de caractérisation du résonateur a été donnée Sec. 1.2.2. Le laboratoire s'est récemment équipé d'un capteur d'impédance mis au point

par le LAUM et le CTTM [55]. Il repose sur l'enregistrement des signaux de pressions à mi-hauteur de cavités arrière et avant séparées par une source de débit (un buzzer piézo-électrique, cf Fig. 5.1). Un calcul utilisant le formalisme des lignes de transmission permet d'en déduire l'impédance au niveau de la section de sortie de la cavité avant, qui devient de fait la section de référence. Ce calcul, donné dans [37] suppose que les ondes sont planes dans les cavités.



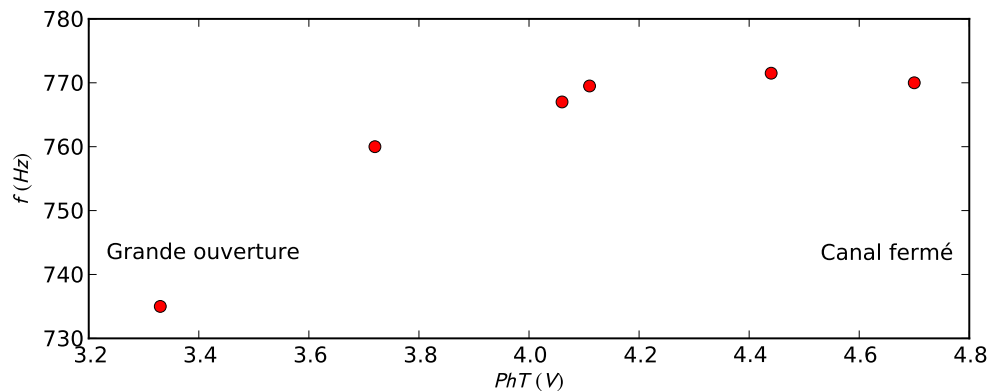
**Figure 5.1** – Schéma et photo du capteur d'impédance.

Une calibration des paramètres peu sensibles a été réalisée par le constructeur, et l'utilisation du dispositif de mesure ne nécessite qu'une calibration partielle à impédance infinie pour prendre en compte la sensibilité relative des microphones et la présence éventuelle de fuites acoustiques au niveau des capteurs de pression. L'excitation utilisée pour la calibration partielle (comme pour les mesures) est un sinus de fréquence glissante entre 10 Hz et 1 kHz (2.5 kHz pour les mesures) d'une durée de 1 s (10 s en mesure).

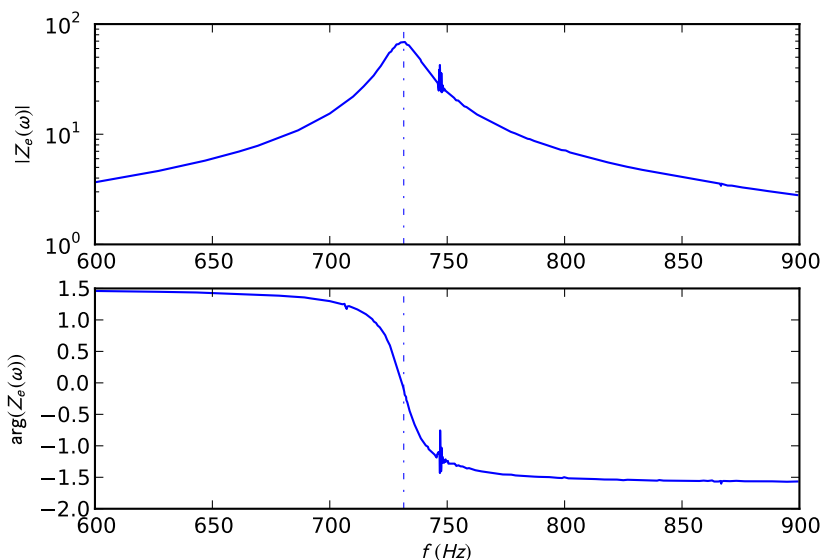
Un problème lié aux becs d'instruments à anche simple est l'inadéquation entre la géométrie de ces becs (surface non plane) et la notion de section de référence de l'impédance, ici la section de sortie de la cavité avant du capteur d'impédance. Ce point est inhérent à la question de la séparation entre l'acoustique et la mécanique des fluides dans notre compréhension de la physique des instruments à anche simple. Comment doit être définie l'impédance d'entrée du résonateur, sachant que le bec renferme un volume dans lequel coexistent des ondes acoustiques et un jet non encore dissipé ? La solution couramment utilisée par la communauté d'acoustique musicale est de remplacer le bec par un cylindre de volume équivalent [52]. Une réflexion est en cours sur une mesure d'impédance avec un bec réel et est discutée plus bas. Un cylindre s'adaptant sur le barillet de la clarinette d'étude Yamaha YCL250 a été fabriqué sur les spécifications issues des travaux de Daniel Noreland sur la justesse des instruments à vent et la conception d'une clarinette logique. Ce cylindre est fixé sur le capteur d'impédance de manière hermétique par écrasement d'un joint de caoutchouc afin d'éviter toute fuite acoustique qui atténuerait de manière artificielle la mesure d'impédance.

Un doute subsiste par rapport à l'équivalence entre le bec et le cylindre censé avoir le même comportement acoustique au moins en basses fréquences et quand on s'intéresse à de fortes valeurs de l'impédance. La première fréquence de résonance de l'impédance mesurée avec le « cylindre équivalent » est comparée avec la fréquence émergente dans le signal de pression en dessous du seuil d'oscillation pour une très faible ouverture du canal et avec une anche très raide. En effet, l'admittance présentée par la partie excitatrice anche-écoulement est très faible et les fréquences propres du système couplé sont très proches des fréquences propres du résonateur fermé du côté du bec. La figure 5.3 montre la convergence asymptotique de la fréquence de la composante émergente dans le spectre de pression vers la valeur de 770 Hz qui

est à comparer avec la première fréquence de résonance de 730 Hz mesurée pour l'ensemble cylindre-barillet (Fig. 5.2). Ceci semble confirmer les résultats de D. Noreland concernant un défaut du *cylindre équivalent* ayant un volume trop important.



**Figure 5.2** – Estimation de la fréquence du résonance par observation du bruit dans le signal de pression



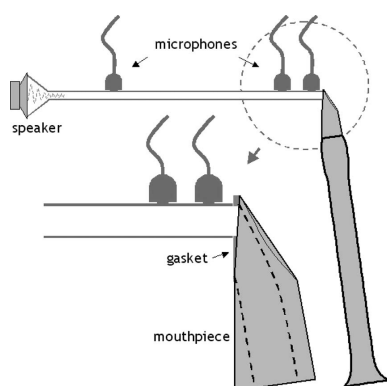
**Figure 5.3** – Estimation de la première fréquence de résonance de l'ensemble cylindre-barillet (vue partielle de l'impédance mesurée au pont d'impédance).

La notion de *bec équivalent* se réfère à une modélisation acoustique du bec par des éléments localisés. En première approximation, comme le tuyau est quasiment fermé du côté de l'anche, l'effet de compressibilité est prépondérant devant l'effet inertiel, et c'est le volume plus que la masse acoustique qu'il convient de restituer au mieux avec la géométrie simplifiée. Nous avons cherché à déterminer le volume acoustique équivalent d'un bec de clarinette en fermant le canal d'anche et en réalisant une mesure d'impédance du bec par l'aval. Malgré l'application mise à plaquer l'anche de manière la plus hermétique possible (à grands renforts de PTFE), les estimations du volume acoustique présentent une variance de 10% autour de 10.5 cm<sup>3</sup> pour l'ensemble du bec, soit la chambre et la partie cylindrique de la perce du



bec. Ramener l'impédance à l'interface entre ces deux régions n'aboutit pas à une dispersion plus faible pour l'estimée du volume acoustique de la chambre du bec. L'équivalence entre le cylindre et le bec n'est donc pas réfutée par observation de leurs compliances acoustiques. Un travail complémentaire serait de comparer leurs masses respectives qui n'ont pu être estimées ici.

Pour pallier les difficultés de spécifications du cylindre équivalent, d'autres méthodes de mesure sont testées par la communauté. Des impédances ont été obtenues par Brown [33] en insérant dans un bec fermé hermétiquement deux capteurs de pression (dont un qui a été rendu différentiel par destruction de la protection arrière afin de servir de capteur de vitesse). Il manque toutefois des données de calibration pour connaître la qualité de ces mesures. Chen *et coll.* [41] ont quant à eux adapté la méthode de mesure avec un guide d'onde muni de trois microphones (et deux calibrations) et excité à une extrémité par un haut-parleur. L'autre extrémité du guide est présentée à l'entrée du bec, l'anche étant remplacée par un joint d'étanchéité (cf Fig. 5.4).



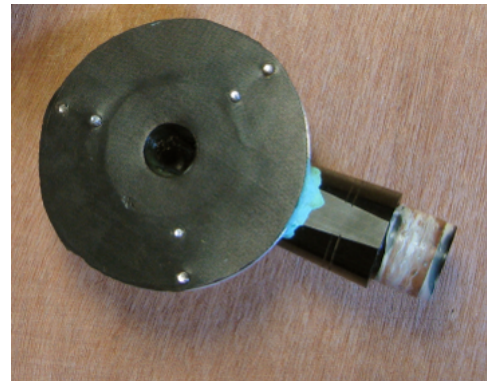
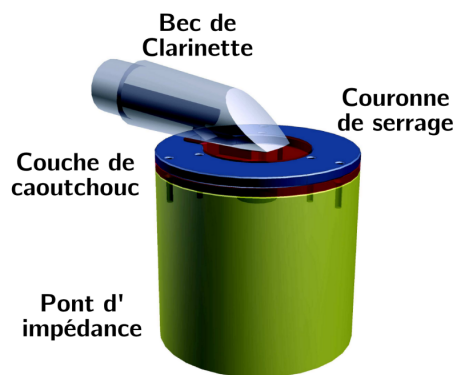
**Figure 5.4** – Dispositif de mesure d'impédance à l'UNSW. Schéma extrait de Chen *et coll.* [41]

Nous avons essayé un dispositif similaire, cherchant à adapter le bec réel sur le capteur d'impédance du CTTM. Une couche de caoutchouc collée sur la table et les rails du bec est maintenue par une couronne métallique contre le pont d'impédance (cf schéma et photos sur la figure 5.5). Son utilisation nécessite de prendre en compte l'épaisseur de la couche de caoutchouc (qui décale la section de référence du point de vue du capteur), ce que nous avons ajouté au logiciel utilisateur du CTTM. En comparaison avec le dispositif de Chen *et coll.* [41], un défaut que nous prévoyons est celui de la présence d'ondes non planes auxquelles est sensible le microphone de la cavité avant du pont d'impédance, celui-ci se trouvant à quelques millimètres de la première discontinuité de section. Outre le changement de section entre la cavité avant et la chambre du bec, c'est surtout le changement de direction entre le corps de l'instrument et l'axe principal du capteur d'impédance qui est la source d'ondes non planes.

Ce dispositif n'est par conséquent pas encore utilisé. Les résultats qui seront présentés et exploités par la suite sont obtenus avec le cylindre équivalent.

## 5.2 Caractéristique non linéaire débit-pression-ouverture

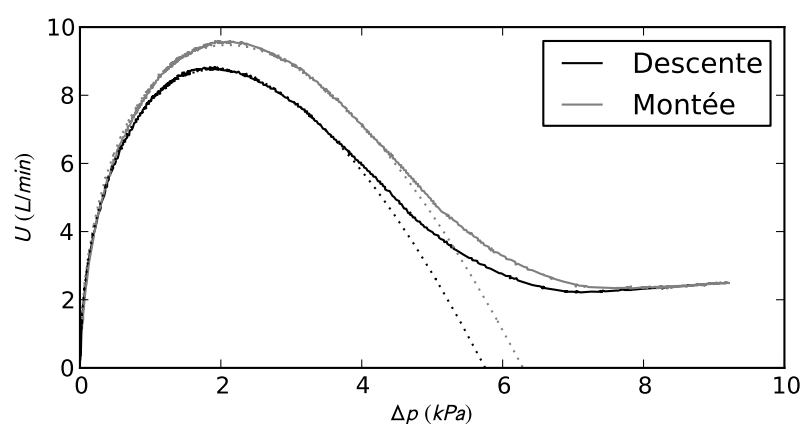
Cette expérience est pratiquée en imposant des rampes de pression dans la bouche artificielle lentement croissantes et décroissantes (montée-descente en 250 s). Le débitmètre est placé en aval du barillet à la place du corps de l'instrument, il mesure ainsi le débit traversant le canal d'anche. Les signaux de débit, pressions dans la bouche et dans le bec et d'ouverture



**Figure 5.5** – Schéma et photo de l'interface bec-capteur d'impédance.

du canal d'anche sont enregistrés avec le système d'acquisition DSpace®-ControlDesk® déjà mentionné, à la fréquence d'échantillonnage de 500 Hz.

La caractéristique débit-pression est illustrée Fig. 5.6. Elle met en évidence l'aspect non quasi-statique de la mesure. En effet, les caractéristiques obtenues en augmentant et en réduisant la pression dans la bouche ne se superposent pas. Cet écart est à relier à la visco-élasticité de l'anche, selon l'explication proposée par Ollivier [146] et Dalmont *et coll.* [54] à rapprocher des travaux récents sur la visco-élasticité des bois utilisés en lutherie [119]. Nous observons un retour à l'équilibre faisant intervenir une constante de temps très longue (de l'ordre de 10 min). À l'échelle des expérimentations, cette visco-élasticité apparaît comme une hystérésis. Un point à souligner est le fait que si l'on effectue des montées et descentes successives afin de ne pas laisser le temps à l'anche de revenir à sa position d'équilibre (soit avec un enchaînement plus rapide que la constante de temps longue de 10 min), on observe quand même l'hystérésis. Des cycles montée/descente d'amplitude réduite (de 0 au sommet de la caractéristique de débit-pression) montrent également l'hystérésis.



**Figure 5.6** – Caractéristique débit-pression typique. Elle est obtenue avec l'ensemble bec-barillet-cylindre de 52.9 cm-débitmètre, et la lèvre de glycérine sur l'anche Fibracell®. Ouverture au repos de 4 mm<sup>2</sup>.

Une estimation de la section efficace du jet peut être déduite du débit  $u$  et de la différence de pression  $\Delta p$  en faisant l'hypothèse que la vitesse au sein du jet est uniforme et dépend

uniquement de la différence de pression :

$$S_{\text{jet}} = \frac{u}{v_{\text{jet}}} = \sqrt{\frac{\rho}{2}} \frac{u}{\sqrt{\Delta p}}. \quad (5.1)$$

Cette estimation indirecte est à manipuler avec précaution notamment à très faible différence de pression car de légers décalages de zéros sur les capteurs de pression ou sur le débitmètre aboutit à une singularité pour  $\Delta p \rightarrow 0$ . Il convient également de remarquer que cette section peut différer de la section d'ouverture du canal en cas de phénomène de *vena contracta* ou du fait des fuites latérales. Elle est intrinsèquement liée à l'écoulement contrairement à l'ouverture estimée grâce au photo-transistor, et c'est donc cette grandeur qu'il faut idéalement utiliser dans la théorie des seuils d'oscillations. C'est ce qui sera fait par la suite. Par contre c'est une donnée qui n'est disponible qu'en quasi-statique du fait de la bande passante du débitmètre. Par conséquent, les informations relatives à l'équilibre proviendront de cette estimation de la section du jet, tandis que l'aspect dynamique de la section du jet sera traité à partir du signal du photo-transistor en faisant l'hypothèse forte que le comportement fréquentiel de la section du jet est imposé par la dynamique mécanique de l'anche (cf Sec. 5.3).

La figure 5.7 montre la variation de la section du jet en fonction de la différence de pression. On retrouve des évolutions différentes en montée et en descente avec une zone élastique pour une différence de pression inférieure à 4 kPa et une zone dite de saturation où l'anche se plaque avec un contact imparfait comme le montre le débit non nul sur la figure 5.6). L'observation du débit et de l'ouverture laisse penser qu'il existe une ouverture résiduelle même pour une différence de pression de l'ordre de 10 kPa : au-delà de 6 kPa, la section du jet et la section mesurée par le photo-transistor sont sensiblement constantes alors que le débit augmente à nouveau. Ceci est semblable au cas de la flûte ou, de manière plus générale, des ouvertures de sections constante. Une hypothèse est que l'anche peut laisser apparaître une légère ondulation au niveau de sa pointe due à l'usure et/ou à l'irrégularité des fibres du roseau.

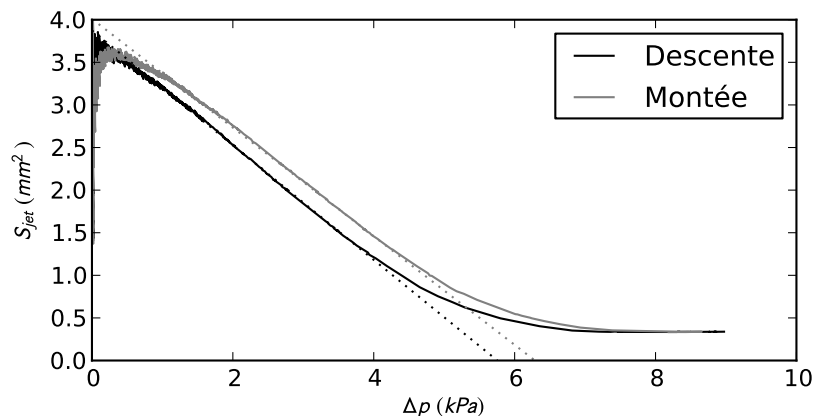
Il est possible d'estimer la raideur apparente  $K_a$ , l'ouverture au repos  $s_0$  et par conséquent une pseudo pression de placage statique  $P_M$  dont les valeurs varient selon que l'on considère la montée ou la descente (et aussi en fonction de l'anche utilisée, de la lèvre et de sa position). Les valeurs reportées dans la table 5.1 correspondent aux valeurs obtenues pour un enregistrement typique. L'hypothèse de comportement élastique de la section du jet semble acceptable jusqu'à une différence de pression de 4 kPa comme visible sur les courbes théoriques en pointillés sur les figures 5.6 et 5.7. Au-delà de cette valeur, la raideur ne peut plus être considérée comme constante, mais des modèles comme ceux proposés par Gazengel [79] et van Walstijn [179] devraient aboutir à une modélisation du placage.

	$K_a$ (kPa/mm <sup>2</sup> )	$s_0$ (mm <sup>2</sup> )	$P_M$ (kPa)
Montée	1.48	3.87	5.75
Descente	1.57	4.01	6.29

**Table 5.1** – Paramètres typiques de la section du jet. Même conditions que la figure 5.6.

### 5.3 Caractérisation fréquentielle de l'anche

L'approche qui a été utilisée est une approche fréquentielle dans le but de balayer le spectre et de mettre en évidence l'existence de bandes fréquentielles où la fonction de transfert entre



**Figure 5.7** – Caractéristique section du jet-pression typique. Même conditions que la figure 5.6.

la pression dans le bec et le déplacement de l'anche présente au moins une résonance. Pour les raisons mentionnées dans la section précédente, nous nous intéressons ici au comportement dynamique de la section du jet assimilée à celle de l'ouverture du canal d'anche et donc du mouvement de la pointe de l'anche. Ces travaux ont été réalisés en parallèle de ceux de Thomas Guimezanes [95], avec de nombreux échanges et discussions. Le lecteur désireux d'approfondir cette question est invité à lire les communications [81] et [95].

### 5.3.1 Excitation

Il a été choisi d'établir une sollicitation de nature acoustique afin de se placer dans des relations de causalité physique proche de celle des oscillations ayant lieu en cours de fonctionnement normal de l'instrument. En effet, une interprétation simplifiée est que le mouvement de l'anche est régi par les oscillations de la colonne d'air formée dans la bouche du musicien et le conduit de l'instrument. Sous l'effet de pressions variables sur les deux faces de l'anche, celle-ci entre en mouvement et module le débit de l'écoulement entrant dans le résonateur acoustique.

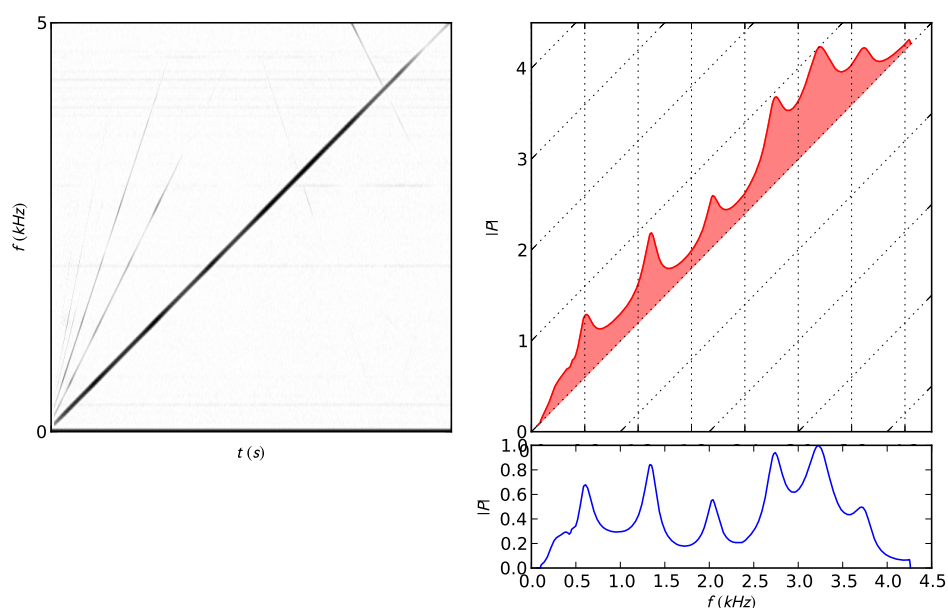
Une chambre de compression placée à l'extrémité aval de l'instrument génère un champ de pression dans celui-ci. Sur le poste de commande, la carte DSpace® commande le déclenchement d'un générateur de signaux Agilent®-33220A qui synthétise un signal de fréquence linéairement croissante. Un amplificateur de puissance Brüel & Kjær 2706® transmet ensuite ce signal à la chambre de compression. Il est nécessaire de générer des variations de pression relativement fortes pour mettre en mouvement l'anche de façon perceptible pour le capteur utilisé (qui est présenté plus bas) : les niveaux sont bien plus forts que ceux utilisés par exemple pour des mesures d'impédance d'entrée de conduits, mais semblent rester plus faibles que les niveaux de jeu de l'instrument, et la propagation dans le guide se fait dans les limites de l'acoustique linéaire. La production de tels niveaux met à contribution la chambre de compression qui atteint ses limites de linéarité : les signaux de pression ne sont pas quasi-sinusoïdaux comme attendu, mais à forme d'onde plus riche en harmoniques. Il est à ce stade possible de considérer l'excitation utilisée comme un intermédiaire entre un signal à fréquence glissante et un signal plus large bande, mais avec une organisation de l'énergie selon un peigne de sinus glissants. Le premier d'entre eux parcourt la bande 100 Hz – 5 kHz avec une vitesse de montée de 3 kHz/min.

Au maximum de niveau d'excitation, la chambre de compression génère une onde de

pression dont l'amplitude est de quelques pascals. Même si l'on se place à la limite du seuil de douleur de l'oreille humaine, ces valeurs de pression sont faibles en comparaison des amplitudes en cours de jeu où les variations de pression dans le bec peuvent atteindre des valeurs de l'ordre du kPa. Cette observation nous garantit d'obtenir un modèle correspondant à des oscillations de faible amplitude pertinents pour la théorie des seuils, et non à des valeurs de paramètres équivalents en grandes oscillations comme ceux présentés par van Walstijn & Avanzini [179].

### 5.3.2 Traitement des données

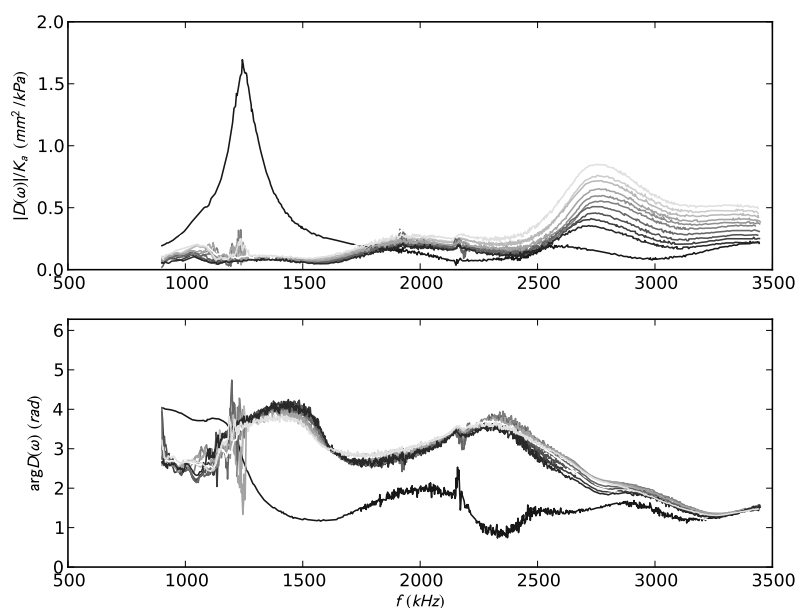
Afin de compenser la non-linéarité du dispositif d'excitation et la conséquente présence d'harmoniques dans le champ de pression généré, une analyse des signaux de pression et de mouvement d'anche est réalisée dans le plan temps-fréquence. Un premier calcul détermine l'évolution temporelle de la fréquence fondamentale : le signal analytique est dans un premier temps élaboré par élimination de la partie spectrale correspondant aux fréquences négatives. La fréquence instantanée variant linéairement est ensuite estimée par régression linéaire sur la variation de la phase du signal analytique. On vérifie a posteriori que cette estimation correspond bien à l'évolution demandée dans le programme de synthèse du chirp. Avec une résolution temporelle arbitraire, chaque trame de signal autour d'un instant donné (avec recouvrement possible) est convoluée avec un noyau d'enveloppe gaussienne et de fréquence évoluant suivant la fréquence estimée précédemment pour cet horizon temporel restreint. À cette fréquence est alors associée une amplitude et une phase par la méthode décrite dans [93]. L'itération de ce calcul pour des trames temporelles parcourant l'ensemble du support temporel du signal aboutit à la constitution d'un spectre complet sur l'intervalle fréquentiel décrit par le chirp comme le montre la figure 5.8.



**Figure 5.8** – Spectrogramme d'un signal de pression typique avec le chirp principal et ses harmoniques (à gauche) et estimation de l'énergie le long de l'arête principale par suivi de chirp (à droite).

Cette technique permet de suivre la composante fondamentale, et d'éliminer l'effet des harmoniques supérieurs sur le calcul du spectre des signaux, mais également de s'affranchir du sous-échantillonnage des harmoniques supérieurs. En effet, le choix d'une fréquence d'échantillonnage de 25kHz pour un chirp allant de 100Hz à 6kHz semble pertinent mais, du fait de la présence des harmoniques 3 et plus, il est possible d'observer sur le spectrogramme un repliement spectral non négligeable.

Cette procédure de suivi de sinus glissant est appliquée aux deux signaux enregistrés et la fonction de transfert entre pression dans le bec et ouverture du canal d'anche est obtenue par rapport des amplitudes complexes le long du sinus glissant principal. La figure 5.9 montre l'évolution de la réponse fréquentielle de l'anche pour divers appuis de la lèvre. La lèvre a été positionnée comme en jeu pour cette figure (la pointe de l'anche est visible sur environ 3 mm). L'anche libre présente une résonance à  $1250 \text{ Hz} \pm 30 \text{ Hz}$  ( $q = 0.07 \pm 0.001$ ), mais un contact avec la lèvre a pour effet de déplacer et/ou amortir cette résonance. La réponse la plus marquée de l'ensemble couplé lèvre-anche est alors proche de  $2700 \text{ Hz} \pm 50 \text{ Hz}$  avec un amortissement de  $q = 0.12 \pm 0.01$  peu sensible à la force d'appui de la lèvre une fois que le contact est fait. Ces courbes exhibent, au travers des petites rotations de phase et des variations du module, l'existence d'autres particularités mécaniques et/ou acoustiques du montage. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par Th. Guimezanes [95].



**Figure 5.9** – Fonction de transfert entre la pression dans le bec et l'ouverture du canal d'anche pour divers contacts entre l'anche Fibracell® (soft) et la lèvre (mousse enveloppée). Les forces de contact sont associées aux niveaux de gris : noir pour l'anche libre à blanc pour l'anche plaquée par la lèvre.

La lèvre de glycérine introduit un amortissement plus fort que la lèvre en mousse. La résonance mentionnée ci-dessus est alors très fortement amortie et l'amplitude des vibrations devient également plus faible et le montage optique à photo-transistor devient inapte à mesurer ces ouvertures de faible amplitude. Le bruit en entrée de la carte DSpace (de l'ordre de 10 mV) est alors comparable aux variations que l'on cherche à mesurer. Ceci est dû à la nature de l'excitation : les niveaux de pression dans le bec sont très faibles devant les niveaux

en jeu, et l'anche vibre bien moins qu'en auto-oscillation.

### 5.3.3 Méthode complémentaire utilisant les signaux de jeu

À titre de comparaison et dans les configurations où le dispositif excitateur est trop peu puissant pour produire des vibrations de l'anche perceptibles par le photo-transistor, nous avons observé les relations entre les harmoniques des signaux de pression et d'ouverture sur des enregistrements réalisés en régime stationnaire auto-oscillant. Ces signaux périodiques donnent lieu à des spectres fréquentiels discrets, et l'expérience répétée pour un ensemble de résonateurs et donc de fréquences de jeu aboutit à une observation échantillonnée de la dynamique d'anche.

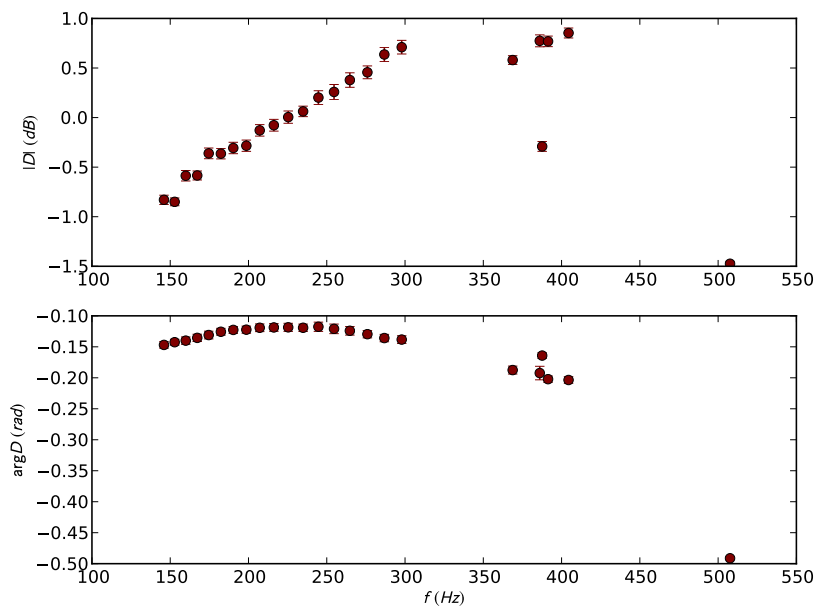
Les amplitudes complexes des harmoniques sont obtenues en isolant les signaux analytiques associés à chacun d'entre eux (calcul de la transformée de Fourier et filtrage par fenêtrage spectral à l'aide d'une fenêtre gaussienne étroite centrée sur la fréquence du partiel considéré). Les signaux enregistrés correspondent à des amplitudes de pression dans le bec relativement faibles (inférieures à 1 kPa) afin d'éviter que l'anche ne batte contre le bec, ce qui ne génère que peu d'harmoniques dans le signal de pression. Au-delà du fondamental, les harmoniques supérieurs de pression sont de faible énergie. Les partiels supérieurs dans le signal d'ouverture sont tout autant le résultat du « filtrage » des harmoniques de pression par la dynamique d'anche recherchée que celui de l'acquisition par le photo-transistor non linéaire si l'amplitude devient trop grande même si l'étalonnage vise à corriger cette non-linéarité. Pour cette méthode, nous ne nous intéressons par conséquent qu'aux amplitudes complexes du fondamental. Ceci limite les bornes de l'intervalle fréquentiel exploré aux fréquences de jeu accessibles, soit le premier registre pour les anches fortement amorties (cf Fig. 5.10). Ce n'est pas gênant car les estimations de dynamique d'anche ainsi obtenues ne seront utilisées que pour le cas d'un fort amortissement, et le chapitre 3 indique que la fréquence de l'oscillation émergente est à chercher dans les basses fréquences. De plus, la faible largeur de cet intervalle nous interdit l'ajustement d'un modèle passe-bas du second ordre sur ces quelques points, ceci n'aurait aucune robustesse. La figure 5.10 montre que la dynamique d'anche introduit un déphasage faible et peu variable, tout au moins dans cette bande de fréquences.

## 5.4 Estimation du débit d'anche

On rappelle que l'appellation *débit d'anche* désigne le débit acoustique induit par le mouvement vibratoire de l'anche. Une première définition due à Thompson [176] quantifie ce débit à partir du champ de déplacement de la surface de l'anche tournée vers la chambre du bec. Un projet mené par Gwenaëlle Petit et Benjamin Vial (3<sup>e</sup> année de l'École Centrale Marseille) a visé à mesurer au vibromètre laser et en cours d'auto-oscillations la vitesse de points de la surface visible de l'anche. L'hypothèse de faible compression de l'anche au cours de son mouvement devait permettre d'accéder à une estimation du débit d'anche pour différentes amplitudes de pression acoustique dans l'instrument. Cependant la lèvres utilisée lors de ces expériences amortissait peu l'anche et exigeait un placement très proche de la pointe de l'anche pour pouvoir jouer sur le registre de la clarinette. Un tel avancement a empêché la mesure de la vitesse sur une longueur suffisante d'anche et les problèmes évoqués dans le chapitre précédent sur la dérive du vibromètre laser n'ont pas permis d'accéder à une estimation du débit d'anche.

Une autre approche consiste à relier, avec une *surface pulsante efficace*, ce débit à une grandeur représentative du mouvement de l'anche, la vitesse de la pointe de l'anche unique-





**Figure 5.10** – Fonction de transfert entre la pression dans le bec et l'ouverture du canal d'anche estimée à partir de signaux de jeu pour une anche fortement amortie.

ment ou l'ouverture du canal d'anche. En prenant ensuite en compte la relation entre la différence de pression et le mouvement de l'anche, on écrit la relation fréquentielle entre le débit d'anche et la pression dans le bec (en supposant que la pression dans la bouche est constante) exprimée par l'équation (2.9). Boutillon & Gibiat [32] fournissent une manière d'estimer la *raideur acoustique* intervenant dans cette relation à partir de l'impédance d'entrée du résonateur et de signaux de pression dans le bec enregistrés en cours d'auto-oscillations. La méthode dite de la *puissance réactive* repose sur les hypothèses d'une *anche sans masse* et d'une relation instantanée entre la différence de pression et le débit entrant dans l'instrument (vérifiée par le modèle d'écoulement utilisé dans ce document). Pour une pince donnée et diverses longueurs de cylindre, l'application de cette méthode a abouti aux estimations reportées dans la table 5.2 pour la longueur associée au débit d'anche  $\Delta l_a$  à partir de la valeur  $K$  définit dans [32] :

$$\Delta l_a = \frac{Z_c c}{K}. \quad (5.2)$$

Le sens de variation de ces estimations est surprenant si l'on considère une dynamique d'anche avec une résonance marquée : plus l'oscillation a une fréquence proche de celle de l'anche, plus celle-ci vibre avec de grandes amplitudes et donc une surface pulsante potentiellement plus grande. Toutefois la lèvre de glycérine apporte ici un fort amortissement et la variance des estimations doit plutôt être reliée à d'autres facteurs comme le nombre d'harmoniques de pression pris en compte dans le calcul, la qualité de la mesure d'impédance (qui utilise le cylindre de volume équivalent au bec), la variation du niveau sonore dans les mesures de pression, et finalement l'hypothèse d'anche sans masse.

Il est possible d'adapter la méthode pour prendre en compte la dynamique d'anche. La



Désignation	Longueur équivalente du résonateur	$\Delta l_a$	Amplitude des oscillations de $p_e$ (Valeur RMS)
Ø	117.6 mm	8.0 mm	1.09 kPa
A	151.7 mm	9.4 mm	0.42 kPa
B	235.7 mm	9.6 mm	0.88 kPa
C	371.1 mm	10.9 mm	0.69 kPa
D	508.2 mm	13.1 mm	0.48 kPa
E	646.4 mm	15.8 mm	0.36 kPa
F	798.4 mm	18.3 mm	0.85 kPa

**Table 5.2** – Estimation de la longueur  $\Delta l_a$  associée au débit d'anche lors d'auto-oscillations avec la lèvre en glycérine.

raideur acoustique s'écrit alors :

$$K = \omega \frac{\sum_n n^2 |P_n|^2 \Re(D(n\omega))}{\sum_n n |P_n|^2 \Im(Y_e(n\omega))}. \quad (5.3)$$

où  $P_n$ ,  $D(n\omega)$  et  $Y_e(n\omega)$  sont les amplitudes (complexes) de pression, la fonction de transfert de l'anche et l'admittance du résonateur aux harmoniques de la pulsation fondamentale  $\omega$ .

## 5.5 Mesure de seuils

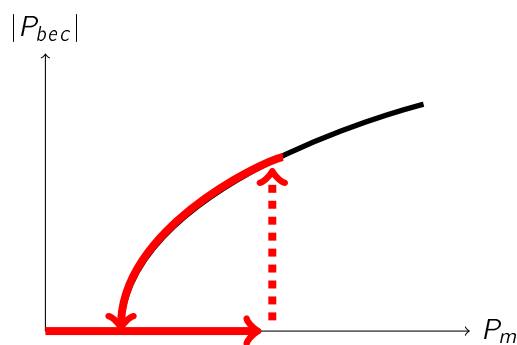
### 5.5.1 Protocole de mesure

Nous utilisons le dispositif de régulation de pression présenté dans le chapitre 4 avec le protocole suivant (résumé sur le schéma 5.11) :

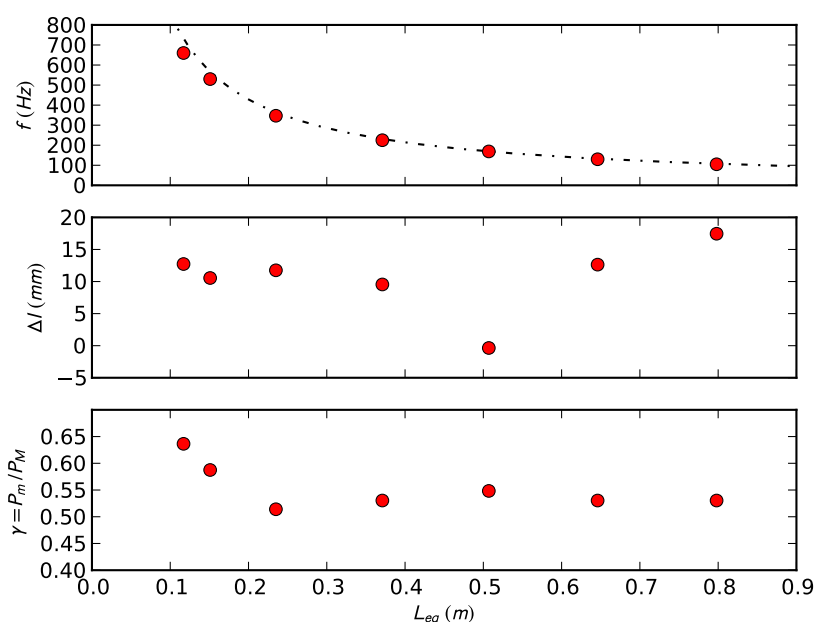
1. Mise sous tension des éléments de la boucle de régulateur et réglage des régulateurs PID pour l'expérience *recherche des seuils*
2. Régulation sur  $P_m$  : montée jusqu'à une valeur pour laquelle une auto-oscillation s'établit
3. Relevé de l'amplitude des oscillations de la pression dans le bec pour cette valeur de  $P_m$  et passage à la régulation sur  $|p_{bec}|$ .
4. Diminution progressive de la consigne d'amplitude. Le régulateur est volontairement réglé de manière à être très peu réactif afin d'éviter des variations trop brusques de la pression buccale qui est désormais une grandeur interne non contrôlée
5. Lorsque l'amplitude est de l'ordre de quelques centaines de pascals, la consigne d'amplitude est changée en une consigne cyclique en rampes montantes et descendantes de 0 à quelques centaines de pascals, typiquement 500 kPa. Ceci permet d'avoir un encadrement du seuil d'oscillation.

### 5.5.2 Mesure avec la lèvre de glycérine

La figure 5.12 montre les fréquences émergentes et pressions détectées par la méthode décrite ci-dessus.



**Figure 5.11** – Attaque rapide et suivi de branche du diagramme de bifurcation en descendo.



**Figure 5.12** – Seuils estimés avec la lèvre de glycérine pour une ouverture au repos de  $5.2 \text{ mm}^2$ , une raideur à basses pressions de  $6.1 \text{ kPa/mm}^2$ .

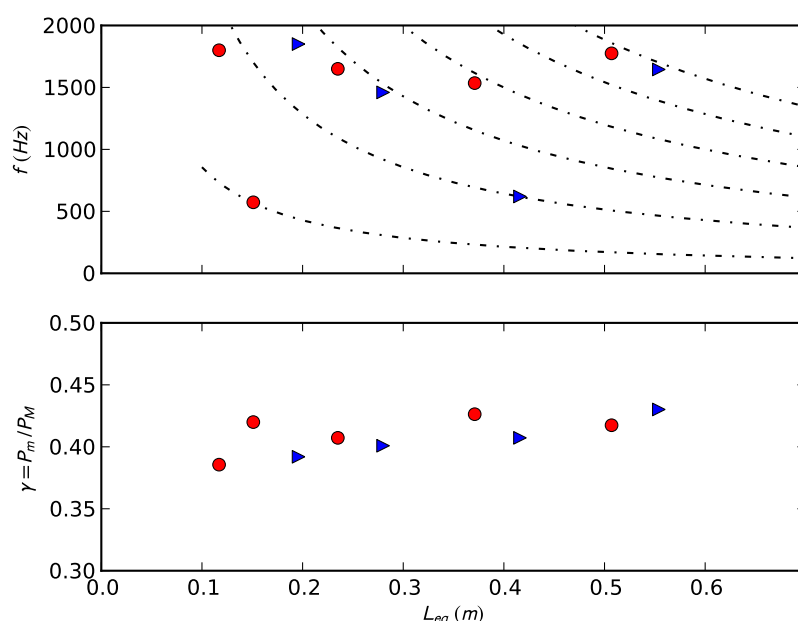
Les seuils d'oscillation obtenus ici sont tous associés à des bifurcations directes (l'amplitude de la pression dans le bec a pu être amenée à des valeurs faibles). La fréquence émergente est toujours proche de celle de la première résonance du tuyau (estimée comme le premier maximum de l'impédance mesurée). Avec une approche similaire à celle de Dalmont [52], nous estimons des déviations de fréquence exprimées en correction de longueur par rapport au résonateur seul. À l'exception du tuyau « D », ces corrections de longueurs peuvent être rapprochées des valeurs des longueurs associées au débit d'anche calculées dans la table 5.2, ce qui va dans le sens d'une importance prépondérante du débit d'anche sur la fréquence de l'oscillation émergente.

Les pressions de seuils sont relativement fortes et un travail en cours est de comprendre quelles sont les causes de ces hautes pressions de seuil. Diverses pistes sont envisagées, comme par exemple des fuites entre bouche et intérieur du bec au niveau des perçages réalisés pour introduire les capteurs dans le bec, une lèvre ayant une mémoire de forme et/ou une hystérésis, mais aussi la variation non linéaire entre position d'équilibre de l'anche et

différence de pression moyenne. C'est ce point qui est abordé plus bas.

### 5.5.3 Lèvre en mousse

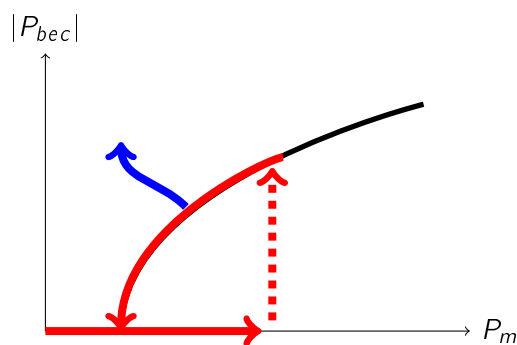
Cette lèvre a été conçue de manière à avoir un amortissement faible laissant à l'anche le loisir de produire des *canards*. La figure 5.13 montre la succession de notes produites pour diverses longueurs de cylindres. Hormis deux résultats, l'oscillation se fait toujours à une fréquence comprise dans la bande 1500 – 1850 Hz ce qui laisse envisager une fréquence de résonance de l'anche proche légèrement plus grande que la borne supérieure de cet intervalle. La mesure de dynamique d'anche réalisée avec cette lèvre et cette pince ne montre toutefois pas de résonance dans cette bande. Ce point reste encore à éclaircir.



**Figure 5.13** – Seuils estimés avec la lèvre de mousse pour une ouverture au repos de 5.0 mm<sup>2</sup>, une raideur à basses pressions de 7.8 kPa/mm<sup>2</sup>. Les marqueurs '>' correspondent aux résonateurs parfaitement cylindriques (au bec près), tandis que les marqueurs 'o' sont associés aux résonateurs qui présentent un épaulement de 5 mm en bout de tuyau (sortie plus large).

Ces résultats sont également sujets à caution. Ils correspondent à l'amplitude minimale d'oscillation de pression qui a pu être atteinte. Celle-ci est non négligeable dans une grande partie des cas. En effet lors de la descente d'amplitude, il est arrivé que l'asservissement ne parvienne à suivre la consigne, restant bloqué à un niveau non nul. Nous avons constaté qu'un basculement sur la régulation  $P_m$  permet d'abaisser la pression dans la bouche sans extinction du son (ce ne serait donc pas une bifurcation inverse) mais avec une augmentation de l'amplitude et une fréquence changeant de régime soit le parcours représenté sur le schéma 5.14.

Ceci correspondrait donc au suivi d'une branche issue d'une bifurcation sur le régime déstabilisant le régime statique. À l'instar d'outils numériques comme Auto [63] ou Matlab [46], la bouche artificielle permet de suivre des branches de régimes périodiques dans ce système dynamique qu'est la clarinette. Ce suivi n'est pas malheureusement pas toujours



**Figure 5.14** – Suivi (involontaire) de branches.

volontaire de la part de l'asservissement, ce qui complique la recherche des seuils d'oscillation. C'est un point à améliorer qui s'inscrit dans le travail de thèse de Sami Karkar [107].

#### 5.5.4 Raideur de l'anche : gain petits signaux ou coefficient apparent

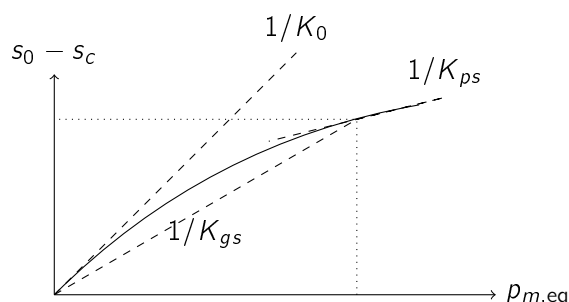
La section d'ouverture du canal d'anche ne varie pas de manière linéaire avec la différence de pression même en régime quasi-statique. Il conviendrait alors de préciser les différents coefficients entrant en jeu dans la théorie corrigée des seuils d'oscillation faisant l'objet du chapitre 3. La figure 5.15 illustre les définitions suivantes :

$K_{ps}$  la sensibilité de l'ouverture aux petites variations de pression (reliée à la tangente à la courbe  $s_c = f(\Delta p)$  en un point de fonctionnement)

$$\frac{1}{K_{ps}} = \frac{\partial s_c}{\partial \Delta p}; \quad (5.4)$$

$K_{gs}$  le gain apparent entre écart à la position au repos et la différence de pression moyenne (liée à la pente de la corde entre le point de fonctionnement et le point  $\Delta p = 0$ )

$$\frac{1}{K_{gs}} = \frac{s_0 - s_c}{\Delta p}. \quad (5.5)$$



**Figure 5.15** – Gains « petit signal » et « grand signal » de la relation pression-ouverture du canal d'anche.

Ces deux valeurs tendent vers la même limite  $K_0$  quand la différence de pression est faible et que le comportement de l'anche est purement élastique ( $K_0$  est la pente à l'origine). En assignant la partie statique de la différence de pression à la pression dans la bouche  $p_m$  et

la partie dynamique à la pression dans le bec comme dans le chapitre 3, il vient l'équation différentielle modélisant le comportement de l'ouverture du canal d'anche :

$$\frac{d^2 s_c}{dt^2} + q_r \omega_r \frac{ds_c}{dt} + \omega_r^2 (s_c - s_0) = \omega_r^2 \left( \frac{p_e}{K_{ps}} - \frac{p_m}{K_{gs}} \right), \quad (5.6)$$

où  $s_c$  présente une sensibilité différente à la pression sur chacune de ses faces, ce qui ne serait pas illogique au vu des surfaces sur lesquelles s'exercent les pressions.

La linéarisation effectuée au cours de la section 3.1.2 est modifiée par le fait que la position d'équilibre devienne

$$s_{c,eq} = s_0 - \frac{p_{m,eq}}{K_{gs}} \quad (5.7)$$

et que les variations d'ouvertures soient reliées à celle de la pression dans le bec par

$$S_c(\omega) = \frac{D(\omega)}{K_{ps}} P_e(\omega). \quad (5.8)$$

La partie oscillante du débit entrant s'écrit alors

$$U_c(\omega) = \sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}} \left( \frac{D(\omega)}{K_{ps}} - \frac{s_0 - \frac{p_{m,eq}}{K_{gs}}}{2p_{m,eq}} \right). \quad (5.9)$$

L'adimensionnement est effectué par rapport à une pression  $P_M$  arbitraire. Afin d'obtenir une quantité indépendante du point de fonctionnement, il est préférable de choisir la définition  $P_M = K_0 s_0$  utilisant la valeur des sensibilités aux faibles pressions. L'attention du lecteur est attirée sur le fait que  $P_M$  n'est plus la pression de placage statique qui n'existe pas vraiment si l'ouverture tend de manière asymptotique vers la valeur nulle sans l'atteindre. Cet adimensionnement aboutit à l'équation caractéristique des seuils d'oscillation :

$$y_e(\omega) = \zeta \sqrt{\gamma} \frac{K_0}{K_{ps}} \left( D(\omega) - \frac{K_{ps} \frac{K_{gs}}{K_0} - \gamma}{K_{gs} 2\gamma} \right) \quad (5.10)$$

avec

$$\gamma = \frac{p_{m,eq}}{K_0 s_0} \text{ et } \zeta = Z_c \sqrt{\frac{2s_0}{\rho K_0}}. \quad (5.11)$$

Comme les coefficients  $K_{ps}$  et  $K_{gs}$  dépendent du point de fonctionnement et donc de la pression buccale, la résolution de l'équation caractéristique devient une recherche de point fixe, même dans le cas simple d'une anche sans masse et d'un résonateur sans pertes.

### 5.5.5 Équation corrigée des seuils d'oscillation

Pour la comparaison des seuils expérimentaux et numériques, l'équation des seuils d'oscillation (3.31) doit être corrigée en conséquence. Le traitement est plus aisé par l'exploitation directe des grandeurs mesurées sans procéder à l'adimensionnement. L'équation des seuils est alors :

$$\sqrt{\frac{2p_{m,eq}}{\rho}} \left( \frac{S(\omega)}{P_e(\omega)} - \frac{s_{c,eq}}{2p_{m,eq}} \right) = Z_e(\omega)^{-1} + j \frac{K_{ps}}{K} \frac{S(\omega)}{P_e(\omega)} \quad (5.12)$$

où

- $Z_e(\omega)$  est l'impédance mesurée sur le capteur d'impédance (Sec. 5.1),
- $S(\omega)/P_e(\omega)$  est la réponse en fréquence de l'anche mesurée en Sec. 5.3,

- $s_{c,eq}/2p_{m,eq}$  est obtenue à partir des caractéristiques quasi-statiques, et est fonction de  $p_{m,eq}$  (Sec. 5.2),
- $K_{ps}$  est la raideur mécanique en petit signal,
- $K$  est la raideur acoustique estimée par la méthode présentée Sec. 5.4,
- $p_{m,eq}$  et  $\omega$  sont les inconnues.

La piètre qualité des mesures de dynamique d'anche en basses fréquences n'a pu cependant permettre de calculer numériquement les seuils associés aux éléments caractérisés indépendamment. Cela constitue un travail encore en cours qui devrait être finalisé prochainement.



## **Quatrième partie**

# **Étude du transitoire d'attaque**



## Chapitre 6

# Calcul des auto-oscillations

### Sommaire

---

- 6.1 Introduction
  - 6.2 Le solveur
  - 6.3 Constitution du vecteur d'état et position du problème
  - 6.4 Matrice jacobienne
  - 6.5 Le cas de l'anche battante
  - 6.6 Détermination des conditions initiales
  - 6.7 Évolution temporelle des paramètres de contrôle
- 

### 6.1 Introduction

Les chapitres précédents se sont attachés à fournir une description de l'acoustique du résonateur et à présenter une théorie des seuils d'oscillations des instruments de musique à anche simple. Un de leur points communs est l'utilisation de méthodes fréquentielles. Celles-ci permettent en effet de caractériser les régimes permanents, qu'ils soient statiques (Sec. 3.2), périodiques (méthode d'équilibrage harmonique [85, 71]) ou quasi-périodiques [73], et notamment d'aborder la question du timbre des instruments à oscillations auto-entretenues, ou plus exactement du contenu spectral. Les travaux de Worman [191] étendus par ceux menés par Kergomard *et coll.* [115] visent à estimer la répartition de la puissance entre les différents harmoniques, ainsi que l'importance relative des harmoniques pairs par rapport aux impairs (critère pertinent dans le cas des résonateurs à fréquences de résonances impaires [19]). Ce descripteur du timbre est néanmoins insuffisant pour traduire la musicalité des systèmes étudiés. Les parties transitoires des oscillations (attaque et décroissance) portent une information qui peut aider l'auditeur à identifier l'instrument [162]. Leur étude nécessite alors l'utilisation de méthodes temporelles d'analyse des auto-oscillations.

Une approche courante de l'étude dans le domaine temporel des sons émis par les instruments de musique est *l'analyse par la synthèse* suivant le paradigme selon lequel « la synthèse reconstitue ce que l'analyse avait séparé, et qu'à ce titre la synthèse vérifie l'analyse » [155]. Historiquement, la synthèse sonore se base sur des considérations de type signal : décomposition en composantes élémentaires (*synthèse additive*, *synthèse granulaire*), signal vu comme le résultat du filtrage d'une source élémentaire (*synthèse soustractive*, description des variations temporelles du contenu fréquentiel du signal analysé (*synthèse FM* [43])), extraction de formes d'ondes caractéristiques qui peuvent être restituées avec une fréquence et une enveloppe arbitraire (*synthèse par table d'onde*).

Plus récemment, des méthodes de synthèse par modèle physique sont apparues [128]. Leur principe de fonctionnement est de simuler non plus l'effet (le son produit) mais la cause (le mécanisme de production), et ce sont les équations de comportement des différents éléments constituant les instruments qui sont traduites algorithmiquement. L'hypothèse sous-jacente est que les sons synthétisés paraissent d'autant plus naturels que la modélisation est proche de la physique et que l'instrument virtuel se comporte comme l'instrument réel. Un point d'intérêt de ces méthodes de synthèse par modèles physiques est qu'elles sont contrôlées par des paramètres proches des moyens d'action du musicien sur son instrument, comme la pression buccale et la pince de l'instrumentiste, les données géométriques, mécaniques et physiques de l'anche et du résonateur, etc. . . . Ce qui peut paraître au premier abord un avantage implique un apprentissage du contrôle comme sur l'instrument réel, mais doit permettre à l'utilisateur expérimenté d'obtenir des effets subtils et l'expressivité désirée. Du point de vue du physicien, la simulation temporelle aide à comprendre la relation entre les modifications des paramètres de contrôle et les variations des grandeurs descriptives du signal sonore produit.

Bien que la physique soit identique, il existe une grande variété de représentations possibles et tout autant de manières de résoudre les équations ainsi formulées. Välimäki [177] propose un état de l'art de ces méthodes. En premier lieu, certaines méthodes par modèle de signal ont pu être adaptées de sorte que les paramètres qu'elles font intervenir soient l'image de grandeurs physiques. Ainsi la méthode source-filtre (*synthèse soustractive*) peut avoir des paramètres de filtre fonctions des caractéristiques du conduit vocal dans le cas de la synthèse de parole [171] : la source correspond à un mécanisme excitateur et le filtre à une fonction de transfert entre la source et l'observateur. Toutefois une meilleure reproduction des interactions entre les différentes parties peut nécessiter la prise en compte des couplages existants. Il s'agit alors de résoudre un ensemble d'équations couplées qui peuvent intégrer des dérivées partielles, des retards, des non-linéarités, etc. . . .

Dans le cas d'équations aux dérivées partielles (EDP), une première classe de méthodes de synthèse effectue une résolution en temps et en espace. Une discrétisation dans les deux domaines de l'équation d'onde selon des schémas de différences finies donne les évolutions temporelles d'un ensemble de noeuds d'un maillage de l'objet ([170, 66, 28] pour la clarinette, [64] pour les xylophones). Florens & Cadoz [77] ont développé, au sein du logiciel Cordis-Anima une vision très proche où le support de vibration (la colonne d'air, ou le métal pour des cymbales) est vu comme un ensemble de systèmes masse-ressort-amortisseur élémentaires, les inconnues étant les vitesses de chaque masse et les contraintes qui s'y appliquent. Au lieu de considérer ces variables dites « de Kirchhoff », l'utilisation des variables d'onde (associées à la décomposition en ondes progressives) aboutit aux méthodes *Wave Digital Filter* (WDF) : les parties propagatives sont représentées sous forme de retard et les particularités acoustiques sous forme de jonctions et de coefficients de réflexion (Bilbao [27, 29], van Walstijn & Campbell [180]). Les techniques précédemment citées font usage d'un vecteur de grandeurs distribués spatialement sur l'ensemble de la structure étudiée. Dans le cas où celle-ci a un comportement strictement linéaire, il est possible de ramener une description de son état vibratoire au(x) point(s) de couplage ou de non-linéarité, le problème perdant ainsi sa dimension spatiale. L'expression du coefficient de réflexion à l'entrée du résonateur acoustique permet de relier les variables d'ondes par une équation aux différences qui modélise le comportement du résonateur en aval (DWM, *Digital Waveguide Modeling* [167, 159]) ou par une équation de convolution avec la fonction de réflexion, transformée de Fourier inverse du coefficient de réflexion ([163, 135] et la MCA, *Multi-Convolution Algorithm* [129]). La même méthode peut être exprimée avec les variables de Kirchhoff [90, 92].

Toutes ces méthodes cherchent à décrire les particularités géométriques et acoustiques

du résonateur. Une autre méthode consiste à modéliser le comportement de la colonne d'air de manière globale, vue comme une *boîte noire*. La mesure d'une impédance d'entrée permet, avec quelques précautions [80], la résolution d'équations couplées localisées contenant une convolution par la réponse impulsionnelle associée. L'inconvénient est que le support temporel de cette réponse est souvent plus long que celui de la fonction de réflexion, entraînant un coût de calcul bien plus important. Une solution à ce problème est apportée par l'utilisation de modèles mathématiques approchant au mieux l'impédance d'entrée mesurée. Par exemple, une décomposition sous forme de l'association de résonateurs à deux degrés de liberté remplace la convolution par un ensemble d'équations différentielles d'ordre 2 [5, 18]. La décomposition de l'impédance peut également se faire à partir d'informations sur les modes propres de vibration de la structure [4, 105].

C'est cette approche que nous avons retenue pour élaborer le logiciel Moreesc (*MOdal Resonator-rEEd interaction Simulation Code*) qui est disponible (avec sa documentation) à l'adresse <http://moreesc.lma.cnrs-mrs.fr/>.

## 6.2 Le solveur

L'essentiel des techniques présentées au cours de la partie introductive de ce chapitre sont des méthodes discrètes, c'est-à-dire des algorithmes de résolution où la dépendance à la variable temps est échantillonnée, que ce soit à la fréquence double des oscillations dans le cas de la méthode de la carte itérée (*iterated map*) utilisée par Maganza *et coll.* [125] qui aboutit à des signaux carrés, ou alors à des fréquences d'échantillonnage classiques dans le domaine de l'audio. La discrétisation temporelle a pour avantage de permettre d'écrire des schémas de résolution (explicites ou implicites) sous forme d'équations aux différences relativement simples, en s'appuyant sur des approximations des dérivées.

L'inconvénient de ces techniques apparaît lorsque des phénomènes très fortement non linéaires interviennent comme par exemple le battement de l'anche contre la table du bec. La dynamique du système en est alors considérablement perturbée, l'évolution des inconnues étant mal estimées par les schémas d'approximations classiques. Une gestion particulière de ces instants non réguliers comme dans le cas des objets frottés [105] ou une réduction du pas de temps de ces méthodes peuvent être envisagées. Mais une grande fréquence d'échantillonnage n'est pas forcément requise pour l'ensemble de l'horizon temporel considéré. Une autre solution est d'exploiter des outils numériques de simulation temporelle se basant sur une description du système considéré sous forme analogique, c'est-à-dire à temps continu et de travailler avec un pas de temps auto-adaptatif. C'est alors le solveur numérique qui adapte le pas de temps à la régularité du problème. Il suffit alors de fournir l'ensemble des équations différentielles ainsi que les conditions initiales et les évolutions temporelles des paramètres de contrôle au solveur. Afin de pouvoir étudier de manière correcte des phénomènes comme le battement et/ou le placage de l'anche, nous nous sommes intéressés aux outils existant dans le domaine des problèmes non réguliers (*stiff problems*).

Parmi ceux disponibles, l'attention s'est portée sur l'algorithme 1sode (*Livermore Solver for Ordinary Differential Equations*) développé au *Lawrence Livermore National Laboratory*, et distribué au sein de la librairie fortran odepack. Ce solveur présente la faculté de savoir détecter lorsque le problème devient raide et de changer la méthode de résolution en conséquence, améliorant ainsi la précision de la résolution aux abords des irrégularités du problème posé.

Ce choix de technique de résolution et l'accent mis sur la précision des résultats ont leur contrepartie. Le temps de calcul s'allonge considérablement par rapport aux schémas de

différences finies : les performances ne sont pas à chercher du côté de la rapidité ! On est loin de la synthèse temps-réel. . . C'est d'autant plus vrai que le système dynamique présente des temps caractéristiques nombreux et avec une grande variance, en particulier au voisinage des seuils d'oscillation où coexistent une constante de temps très longue (voire infinie au seuil) et d'autres constantes de temps rapides proches de celles des résonateurs.

### 6.3 Constitution du vecteur d'état et position du problème

De manière classique, les solveurs d'équations différentielles ordinaires (EDO) ont besoin d'une description du système à résoudre sous la forme d'une fonction  $f$  définissant la variation  $dX/dt$  d'un vecteur d'état  $X(t)$  en fonction de l'instant  $t$  et de l'état  $X(t)$  présents :

$$\frac{dX}{dt} = f(X, t). \quad (6.1)$$

La fonction peut bien évidemment prendre en compte d'autres paramètres dont l'évolution temporelle est connue comme par exemple la pression dans la bouche, la pince, la masse volumique de l'air et la célérité acoustique.

En acoustique musicale et plus particulièrement dans l'étude des instruments à vent, il est d'usage de considérer les observables (au sens de l'automatique) courants du système que sont la pression à l'entrée du résonateur, le déplacement de l'anche ainsi que le débit entrant à travers le canal d'anche. Ces observables suffisent-il à définir un vecteur d'état  $X$  ? De par la description du jet à travers le canal, le débit instantané peut s'exprimer en fonction des valeurs du déplacement de l'anche  $h(t)$  et de la pression dans le bec  $p(t)$  au même instant  $t$ . Il convient donc de l'exclure du vecteur d'état, sans quoi celui-ci présenterait une redondance. Ensuite, le mouvement de l'anche a été modélisé dans le chapitre 2 par un système à un degré de liberté (cf. Eq. 1.7) :

$$\frac{d^2h}{dt^2} + q_a \omega_a \frac{dh}{dt} + \omega_a^2 (h(t) - h_0) = \frac{\omega_a^2}{K_a} (p(t) - p_m). \quad (6.2)$$

Afin que cette relation soit incluse dans une formulation telle que celle de l'équation (6.1), le vecteur d'état doit faire intervenir à la fois la hauteur du canal d'anche  $h(t)$  et la vitesse transverse  $dh/dt$  de cette dernière. Alors on peut écrire :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} h(t) \\ \frac{dh}{dt} \end{pmatrix} = f \left( \begin{pmatrix} h(t) \\ \frac{dh}{dt} \end{pmatrix}, p \right) = \begin{pmatrix} \frac{dh}{dt} \\ -q_a \omega_a \frac{dh}{dt} - \omega_a^2 (h(t) - h_0) + \frac{\omega_a^2}{K_a} (p(t) - p_m) \end{pmatrix}, \quad (6.3)$$

c'est-à-dire que la partie du vecteur d'état décrivant la mécanique de l'anche voit son évolution prise en compte par cette fonction dépendant de cette même partie de  $X$  et de la pression qui doit être accessible par le reste du vecteur d'état.

Le triplet (ouverture du canal, vitesse de l'anche et pression dans le bec) suffit-il à former un vecteur d'état satisfaisant la relation (6.1) ? Si la caractéristique de débit entrant en fonction des grandeurs sus-nommées est une relation statique (c'est une des hypothèses du modèle), l'acoustique du tuyau induit une expression bien plus complexe pour la variation de la pression. Il s'agit en effet de retranscrire dans le domaine temporel l'impédance d'entrée du résonateur liant pression et débit en régime harmonique :  $P(\omega) = Z_e(\omega)U(\omega)$ . Une première méthode consisterait à faire la transformée de Fourier inverse de l'impédance  $Z_e(\omega)$  ou du coefficient de réflexion associé  $R_e(\omega)$ , ce qui aboutirait à l'expression de la pression sous forme d'une convolution du débit avec la réponse impulsionnelle du tuyau. Comme l'observation de

l'impédance ou du coefficient de réflexion est faite sur un horizon fréquentiel borné, une extrapolation est nécessaire avec un certain nombre de précautions [80]. La convolution est alors d'autant plus lourde que la réponse impulsionnelle a un large support temporel. Cette première solution n'est en conclusion pas adaptée à la résolution par un solveur d'EDO.

L'obtention d'un système différentiel décrivant l'acoustique du résonateur est intuitivement subordonnée à la modélisation des phénomènes physiques se manifestant dans l'instrument. C'est cette idée qui est sous-jacente dans les méthodes de synthèse de guide d'onde numérique comme celle développée par exemple par Julius O. Smith [167]. La modélisation fait le plus souvent la distinction entre la propagation dans la colonne d'air, les réflexions aux extrémités ou sur des discontinuités (trous latéraux, changement de section, etc. . .) et les phénomènes dissipatifs inhérents à la propagation des ondes (liés par exemple à la viscosité de l'air et/ou aux échanges thermiques sur les parois). Si, les réflexions et dissipations peuvent dans les cas simples être traduits par des équations différentielles ordinaires et ensuite être implémentées sous formes de filtres analogiques et/ou numériques, la propagation se modélise par une équation aux dérivées partielles en temps et en espace ou sous forme de retard lorsque l'on raisonne en variables d'onde (onde aller et onde retour). Cette formulation est, elle aussi, en inadéquation avec la résolution par un solveur d'EDO. À noter qu'il existe une classe de solveur d'équations différentielles avec retards (DDE). Toutefois, ils reposent pour la plupart sur des schémas de discrétisation temporelle à pas de temps fixe. L'unique implémentation à pas de temps variable dont j'ai connaissance [174] ne me semble pas présenter la maturité requise pour nos besoins.

La décomposition modale du résonateur acoustique présente l'avantage d'aboutir à un système d'équations différentielles liant les composantes  $p_n$  de la pression au débit. En effet si l'impédance d'entrée du tube peut être décomposée sous la forme :

$$Z_e(\omega) = \sum_{n=1}^N Z_n \frac{j q_n \omega \omega_n}{\omega_n^2 + j q_n \omega \omega_n - \omega^2} \quad (6.4)$$

alors il est possible d'associer à chaque mode une composante du champ de pression en entrée de l'instrument :

$$p(t) = \sum_{n=1}^N p_n(t) \quad (6.5)$$

qui vérifie l'équation différentielle obtenue par transformation inverse de l'impédance :

$$\forall n, \frac{d^2 p_n}{dt^2} + q_n \omega_n \frac{dp_n}{dt} + \omega_n^2 p_n(t) = Z_n q_n \omega_n \frac{du}{dt}. \quad (6.6)$$

De la même manière que pour l'équation de la dynamique d'anche, ces équations d'ordre 2 peuvent se transformer en un système de deux équations d'ordre 1, avec un second membre contenant les composantes  $p_n$  et leurs dérivées premières, mais aussi la dérivée temporelle du débit qui, pour sa part, s'exprime en fonction de la vitesse de l'anche et de la dérivée de la pression et donc des composantes  $p_n$ . On élabore ainsi un vecteur d'état :

$$X = \left( p_1, \frac{dp_1}{dt}, p_2, \frac{dp_2}{dt}, \dots, p_N, \frac{dp_N}{dt}, h, \frac{dh}{dt} \right)^T. \quad (6.7)$$

Une généralisation de l'équation 6.4 est de décomposer l'impédance d'entrée du résonateur sur ses modes complexes. Au lieu de caractériser les résonances par la donnée de pulsation de résonance  $\omega_n$ , d'amortissement  $q_n$  et d'amplitude  $Z_n$ , il est possible de faire intervenir les pôles complexes  $s_n$  et les résidus  $C_n$  de l'impédance. Par symétrie hermitienne,

les pôles complexes vont par paires conjuguées, de sorte que la décomposition modale peut également s'écrire sous la forme :

$$Z_e(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{C_n}{j\omega - s_n} + \frac{C_n^*}{j\omega - s_n^*}, \quad (6.8)$$

expression qui autorise une impédance non nulle à fréquence nulle. Dans ce cas, le signal de pression dans le domaine temporel est accessible par :

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} Z_e(\omega) U(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \int_{\mathbb{R}} \frac{C_n}{j\omega - s_n} U(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \int_{\mathbb{R}} \frac{C_n^*}{j\omega - s_n^*} U(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \int_{\mathbb{R}} \frac{C_n}{j\omega - s_n} U(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \int_{\mathbb{R}} \frac{C_n^*}{-j\omega' - s_n^*} U(-\omega') e^{-j\omega' t} d\omega' \text{ avec } \omega' = -\omega. \end{aligned} \quad (6.9)$$

En utilisant la propriété de symétrie hermitienne du débit, il vient :

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \int_{\mathbb{R}} \frac{C_n}{j\omega - s_n} U(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \int_{\mathbb{R}} \left( \frac{C_n}{j\omega' - s_n} U(\omega') e^{j\omega' t} \right)^* d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N 2 \Re \left( \int_{\mathbb{R}} \frac{C_n}{j\omega - s_n} U(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right) = 2 \sum_{n=1}^N \Re(p_n(t)) \end{aligned} \quad (6.10)$$

où  $p_n$  est la composante (complexe) de la pression dont le comportement dynamique est lié au pôle  $s_n$  et au résidu  $C_n$  :

$$P_n(\omega) = \frac{C_n}{j\omega - s_n} U(\omega) \Rightarrow \frac{dp_n}{dt} - s_n p_n(t) = C_n u(t). \quad (6.11)$$

Le nouveau vecteur d'état du système comprenant la colonne d'air, l'anche et l'écoulement d'air devient finalement :

$$X = \left( p_1, p_2, \dots, p_N, h, \frac{dh}{dt} \right)^T, \text{ avec } p_n \in \mathbb{C}; \quad (6.12)$$

si le solveur admet des variables complexes,

$$X = \left( \Re(p_1), \Im(p_1), \Re(p_2), \Im(p_2), \dots, \Re(p_N), \Im(p_N), h, \frac{dh}{dt} \right)^T, \quad (6.13)$$

si le solveur ne sait manipuler que les données réelles. C'est finalement ce dernier vecteur d'état qui a été implémenté. On remarquera que le signal de pression dans le bec n'en fait pas partie, ce n'est qu'un observateur, il ne fournit qu'une indication partielle sur l'état du système basée sur environ la moitié des données contenues dans le vecteur d'état (les signaux  $\Re(p_n)$ ). De même, le débit est lui aussi un observateur basé sur les mêmes signaux d'état auxquels s'ajoute le signal de position de l'anche lui aussi compris dans le vecteur  $X$ , mais aussi une variable nécessaire au calcul des composantes  $p_n$  mais qui n'a pas besoin d'être

incluse dans le vecteur d'état. La structure de la fonction  $\dot{X} = f(X, t)$  à passer au solveur d'équations différentielles est donnée dans l'algorithme 1 et correspond au système suivant :

$$\forall n \in [1, N], \quad \dot{X}_{2n-1} = \Re(\dot{p}_n) = \Re((C_n u + s_n(X_{2n-1} + jX_{2n}))) , \quad (6.14)$$

$$\forall n \in [1, N], \quad \dot{X}_{2n} = \Im(\dot{p}_n) = \Im((C_n u + s_n(X_{2n-1} + jX_{2n}))) , \quad (6.15)$$

$$\dot{X}_{2N+1} = X_{2N+2}, \quad (6.16)$$

$$\dot{X}_{2N+2} = -q_a \omega_a X_{2N+2} - \omega_a^2 (X_{2N+1} - h_0) + \frac{\omega_a^2}{K_a} \left( 2 \sum_{n=1}^N X_{2n-1} - p_m \right), \quad (6.17)$$

avec  $u = f \left( p = 2 \sum_{n=1}^N X_{2n-1}, p_m, h = X_{2N+1} \right)$  la caractéristique non linéaire.

Cette formulation présente le grand avantage de ne pas faire intervenir d'estimation de la dérivée temporelle du débit, qui peut prendre de grandes valeurs quand la différence de pression est faible. On élimine ainsi des problèmes numériques potentiels.

---

**Algorithme 1** Fonction  $\dot{X} = f(X, t)$

---

Reconstruction du signal de pression  $p(t) = 2 \sum_{n=1}^N \Re(p_n)$

Détermination de la pression d'alimentation  $p_m$  et de la pince  $h_0$  à l'instant  $t$

Calcul du débit  $u = f(p, p_m, h)$

**Pour**  $n$  de 1 à  $N$  :

Calcul de  $\dot{p}_n = C_n u + s_n p_n$

Extraction des parties réelle  $\dot{X}_{2n-1} = \Re(\dot{p}_n)$  et imaginaire  $\dot{X}_{2n} = \Im(\dot{p}_n)$

$\dot{X}_{2N+1} = h(t) = X_{2N+2}$

Calcul de  $\dot{X}_{2N+2}$  à partir de l'équation de dynamique d'ancre

---

## 6.4 Matrice jacobienne

Le solveur `lsode` de la librairie fortran `odepack` est un solveur qui essaie d'exploiter au mieux les différentes techniques de résolution numérique des ODE, chacune d'entre elles étant dédiée à une configuration bien spécifique. Notamment, le solveur évalue de manière régulière si le problème est raide, en étudiant les valeurs propres de la matrice jacobienne du système différentiel. Bien que celle-ci puisse être estimée par différences finies par le solveur, il est préférable de fournir une fonction qui, à la manière de l'algorithme 1, calcule la matrice jacobienne à l'instant  $t$  pour un vecteur d'état  $X$ . Si on note  $Y = \dot{X}$  la dérivée temporelle de ce dernier, la matrice jacobienne est définie par :

$$\forall n, l \in [1, 2N+2], J_{n,l} = \frac{\partial Y_n}{\partial X_l}. \quad (6.18)$$

De l'expression du débit, on déduit que

$$\frac{\partial u}{\partial X_{2N+1}} = \frac{\partial u}{\partial h} = \frac{u}{h}, \quad \frac{\partial u}{\partial X_{2N+2}} = 0, \quad (6.19)$$

$$\forall n \in [1, N], \quad \frac{\partial u}{\partial X_{2n-1}} = 2 \frac{\partial u}{\partial p} = \frac{u}{p - p_m} \text{ et } \frac{\partial u}{\partial X_{2n}} = 0, \quad (6.20)$$

soit, par commutativité des opérateurs de dérivation temporelle et de parties réelles et complexes :

$$\begin{aligned}
 \forall n, l \in [1, N], J_{2n-1, 2l-1} &= \Re(C_n) \frac{u}{p - p_m} + \delta_{n,l} \Re(s_n), \\
 J_{2n-1, 2l} &= -\delta_{n,l} \Im(s_n), \\
 J_{2n, 2l-1} &= \Im(C_n) \frac{u}{p - p_m} + \delta_{n,l} \Im(s_n), \\
 J_{2n, 2l} &= \delta_{n,l} \Re(s_n), \\
 J_{2n-1, 2N+1} &= \Re(C_n) \frac{u}{h} \text{ et } J_{2n-1, 2N+2} = 0, \\
 J_{2n, 2N+1} &= \Im(C_n) \frac{u}{h} \text{ et } J_{2n, 2N+2} = 0.
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

En incorporant les termes provenant de la dynamique d'anche, on obtient la matrice jacobienne de la forme

$$J = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \tag{6.22}$$

avec

$$A = 2 \frac{\partial u}{\partial p} \begin{pmatrix} \Re(C_1) \\ \Im(C_1) \\ \Re(C_2) \\ \Im(C_2) \\ \vdots \\ \Re(C_N) \\ \Im(C_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} \Re(s_1) & -\Im(s_1) & \dots & 0 & 0 \\ \Im(s_1) & \Re(s_1) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Re(s_N) & -\Im(s_N) \\ 0 & 0 & \dots & \Im(s_N) & \Re(s_N) \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{u}{h} \begin{pmatrix} \Re(C_1) & \Im(C_1) & \Re(C_2) & \Im(C_2) & \dots & \Re(C_N) & \Im(C_N) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$C = 2 \frac{\omega_a^2}{K_a} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_a^2 & -q_a \omega_a \end{pmatrix}$$

---

**Algorithme 2** Jacobien  $J = g(X, t)$

---

Reconstruction du signal de pression  $p(t) = \sum_{n=1}^N \Re(p_n) = \sum_{n=1}^N X_{2n-1}$   
Détermination de la pression d'alimentation  $p_m(t)$  et de la pince  $h_0$  à l'instant  $t$   
Calcul du débit  $u = f(p, p_m, h)$  et ses dérivées partielles  $\partial u / \partial p$  et  $\partial u / \partial h$ .  
Remplissage des matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ .  
Assemblage de la matrice jacobienne selon Eq. (6.22).

---

## 6.5 Le cas de l'anche battante

L'équation de la dynamique d'anche doit être modifiée lorsque la différence de pression entre la bouche et le bec est tellement grande que l'anche vient en contact de la table au niveau de sa pointe. Ce contact n'est d'ailleurs pas encore très bien compris, deux hypothèses étant plausibles : soit l'anche s'enroule sur la table du bec progressivement jusqu'à reposer



sur toute sa longueur et fermer le canal, soit la pointe fine de l'anche vient cogner de manière ponctuelle sans que toute le profil de l'anche ne suive la table (on a alors deux zones de contact non contigües, le talon où se trouve la ligature et cette zone de contact temporaire). À partir de simulations 2D par éléments finis, Avanzini *et coll.* [13] observent numériquement le premier comportement et proposent un modèle de raideur d'anche variant de manière continue, tandis qu'Ollivier [146] (Ann. A) observe expérimentalement la seconde situation. Dans notre cas, nous complétons l'équation différentielle de dynamique d'anche d'un terme supplémentaire lorsque l'ouverture du canal (et donc le débit entrant) s'annule. Il s'agit de la somme

- d'une force élastique modélisant la raideur de la table du bec vue par la pointe. Elle est paramétrée par un coefficient multiplicateur  $K_{\text{table}}$  tel que la composante élastique s'écrive  $K_{\text{table}}K_a h$ .
- d'une composante dissipative liée à la perte d'énergie lors du choc :  $q_{\text{table}}q_a dh/dt$ .

En l'absence de données expérimentales liées à ces coefficients, leurs valeurs ont été choisies de sorte que l'anche ne s'enfonce quasiment pas à travers la table, c'est-à-dire que la hauteur  $h(t)$  ne devienne que très peu négative. D'un point de vue physique, il est possible qu'une partie de l'anche rentre légèrement à l'intérieur du bec en accord avec les travaux de Smyth *et coll.* [168], mais ce n'est pas vrai pour la pointe qui s'appuie alors sur le cordon. Des valeurs de  $K_{\text{table}}$  et  $q_{\text{table}}$  comprises entre 100 et 1000 évitent le mouvement dans le domaine  $h < 0$  et assure des chocs sans rebonds disproportionnés.

L'équation de dynamique d'anche devient dans ces conditions :

$$\frac{1}{\omega_a^2} \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{q_a}{w_a} \frac{dh}{dt} + (h - h_0) = \begin{cases} \frac{1}{K_a} (p(t) - p_m) & \text{si } h \geq 0, \\ \frac{1}{K_a} (p(t) - p_m) - K_{\text{table}} h - q_{\text{table}} \frac{dh}{dt} & \text{si } h < 0. \end{cases} \quad (6.23)$$

Ces efforts instantanés supplémentaires sont intégrés dans les algorithmes 1 et 2 .

## 6.6 Détermination des conditions initiales

Les travaux précédents de simulation temporelle des oscillations dans les instruments à anche n'abordent que peu la question des conditions initiales. Une raison est que le modèle et le contrôle ont été simplifiés de sorte qu'un vecteur d'état initial nul soit admissible. Pour cela, il suffit d'initier le calcul avec une pression d'excitation nulle et d'imposer que la pression moyenne dans le bec soit nulle, c'est-à-dire que l'impédance acoustique de la colonne d'air soit nulle à fréquence nulle, comme c'est le cas dans [28]. En pratique cette condition n'est pas vérifiée, notamment du fait de la résistance de la perce de l'instrument à l'écoulement continu du souffle. Une autre possibilité, notamment utilisée dans le contexte de la synthèse [92], est de laisser l'algorithme de calcul partir d'une condition initiale triviale ne correspondant éventuellement pas à une solution d'équilibre, ce qui peut arriver si la pression de bouche n'est pas nulle au début de la simulation. Selon les bassins d'attraction des solutions stationnaires, périodiques ou plus complexes, le calcul va faire apparaître un retour à la position d'équilibre ou au contraire diverger.

Ces considérations et le besoin de simuler l'évolution temporelle quand la pression buccale  $p_m$  augmente par petits paliers (afin de prévoir ce qu'il se passe lors d'une mesure de seuils d'oscillation) nous ont amenés à chercher à déterminer des conditions initiales exactes correspondant à une pression d'excitation  $p_m^{(0)}$  initialement non nulle. Le triplet  $(p^{(0)}, u^{(0)}, h^{(0)})$

doit vérifier le système suivant :

$$p^{(0)} = Z_e(0)u^{(0)}, \quad (6.24)$$

$$h^{(0)} = h_0^{(0)} + \frac{p^{(0)} - p_m^{(0)}}{K_a}, \quad (6.25)$$

$$u^{(0)} = Wh^{(0)} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \operatorname{sign}(p_m^{(0)} - p^{(0)}) \sqrt{|p_m^{(0)} - p^{(0)}|} \text{ si } h^{(0)} > 0. \quad (6.26)$$

**En l'absence de pression dans la bouche,** le système est au repos sans sollicitation et donc :

$$p^{(0)} = 0, \quad h^{(0)} = h_0, \text{ et } u^{(0)} = 0. \quad (6.27)$$

**En cas de placage statique,** c'est-à-dire si l'anche est soumise à une forte différence de pression  $p_m^{(0)} > K_a h^{(0)}$ , alors les conditions initiales sont également triviales :

$$p^{(0)} = 0, \quad h^{(0)} = 0, \text{ et } u^{(0)} = 0. \quad (6.28)$$

**Avec une impédance nulle à fréquence nulle,** en pratique si la résistance du résonateur à l'écoulement du souffle est ignorée ( $Z_e(0) = 0$ ), la pression dans le bec est nulle et :

$$p^{(0)} = 0, \quad h^{(0)} = h_0^{(0)} - \frac{p_m^{(0)}}{K_a}, \quad (6.29)$$

$$u^{(0)} = W \left( h_0^{(0)} - \frac{p_m^{(0)}}{K_a} \right) \sqrt{\frac{2}{\rho}} \operatorname{sign}(p_m^{(0)}) \sqrt{|p_m^{(0)}|}. \quad (6.30)$$

**Dans le cas général,** il convient de résoudre le système (6.24-6.26), qui aboutit à l'équation suivante pour  $X = \sqrt{p_m^{(0)} - p^{(0)}}$  :

$$X^3 - \frac{X^2}{\beta} - X p_M + \frac{p_m^{(0)}}{\beta} = 0 \quad (6.31)$$

où  $p_M$  est la pression de placage statique, et

$$\beta = \frac{\zeta Z_e(0)}{\sqrt{p_M}} = \frac{Z_e(0)}{K_a} \sqrt{\frac{2}{\rho}}. \quad (6.32)$$

C'est une équation polynomiale d'ordre 3, que l'on résout par la méthode de Cardan. Ses trois solutions en  $X$  donnent lieu à trois valeurs de pression, dont au moins une est réelle. Si les trois solutions sont réelles, on choisit arbitrairement la valeur positive ayant la plus petite valeur, en accord avec le fait que l'impédance  $Z_e(0)$  est faible. Une fois ce choix effectué, il s'agit d'en déduire les valeurs initiales de chacune des composantes du vecteur d'état. Le débit entrant initial est calculé par la caractéristique non linéaire de débit, et il vient finalement en régime statique que

$$\forall n \in [1, N], \quad p_n^{(0)} = -\frac{C_n}{s_n} u^{(0)} \quad (6.33)$$

dont on sépare les parties réelles et imaginaires. L'ouverture initiale du canal d'anche est obtenue par l'équation de dynamique d'anche en quasi-statique :

$$h^{(0)} = h_0^{(0)} + \frac{p^{(0)} - p_m^{(0)}}{K_a} \quad (6.34)$$

## 6.7 Évolution temporelle des paramètres de contrôle

Afin de pouvoir simuler des sons ayant un semblant de naturel, il est nécessaire de laisser la possibilité aux paramètres de contrôle que sont la pression dans la bouche et la pince de varier au cours du temps. Dans le cas des cuivres, il faudrait également considérer les paramètres de résonance des lèvres. Grâce aux travaux réalisés par Didier Ferrand et les différents stagiaires qu'il a encadrés (Ludovic Paul et Julien Bagnolet) au LMA, ces évolutions temporelles peuvent être mesurées *in situ*, c'est-à-dire lorsque le musicien contrôle directement son instrument. Toutefois, le système d'équations différentielles ordinaires présenté ici et qui dépend explicitement de ces paramètres est résolu avec un pas de temps adaptatif. Il serait difficile d'exploiter de manière immédiate les données expérimentales car cela nécessiterait une interpolation des valeurs à partir de données en grand nombre et ce au sein même de la résolution, allongeant considérablement la durée de celle-ci.

Un allègement des calculs peut être obtenu en paramétrant les profils mesurés. L'idée et la première implémentation (par Jonathan Bruckert [34], en stage au LMA et à l'IRCAM sous l'encadrement de Jean Kergomard et René Caussé) sont apparues lors de la modification d'une version antérieure du code de simulation mise en œuvre par Vincent Debut [58]. Celle-ci ne prenant en compte que des échelons de pression dans la bouche, il s'agissait d'assurer une transition régulière de ce paramètre entre une valeur initialement nulle et une valeur en jeu  $P_m$  supérieure au seuil d'oscillation. La phase de transition était paramétrée par un polynôme d'ordre 5 afin d'avoir une dérivée seconde nulle aux points de raccordement  $t = 0$  et  $t = t_0$  :

$$p_m(t) = P_m \left( 10 \left( \frac{t}{t_0} \right)^3 - 15 \left( \frac{t}{t_0} \right)^4 + 6 \left( \frac{t}{t_0} \right)^5 \right). \quad (6.35)$$

Le prolongement de cette idée est de paramétrer un profil mesuré (ou non d'ailleurs) par morceaux, c'est-à-dire que l'intervalle temporel d'intégration est subdivisé, et le profil est décrit par un polynôme entre des bornes spécifiées par :

- l'instant,
- la valeur du profil à cet instant,
- et la dérivée temporelle première de ce profil à cet instant (la pente de la courbe  $p_m = f(t)$  ou  $h_0 = f(t)$ ).

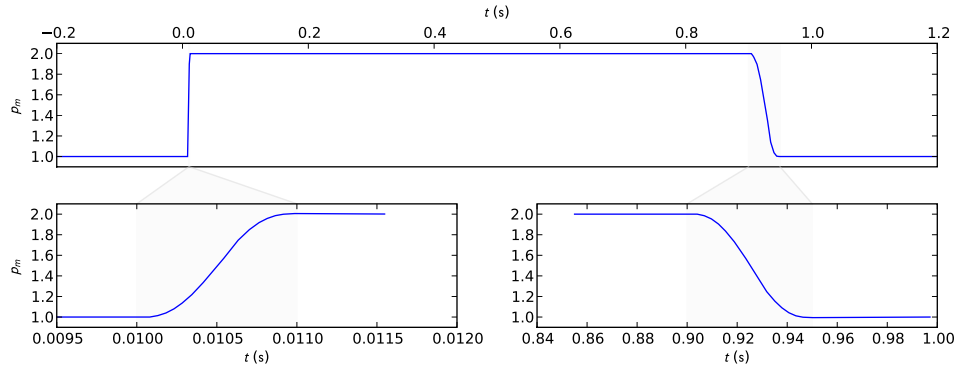
Cette méthode d'interpolation par morceaux est bien préférable à l'interpolation polynomiale uniforme, du fait des degrés élevés que celle-ci nécessite avec, bien souvent, l'apparition du phénomène de Runge (fortes oscillations entre les points d'interpolation [156]). Afin de ne pas surcharger la description du profil, il a été choisi initialement que ces bornes correspondent à des points d'inflexion de la courbe. Ceci permet de faire l'hypothèse que la dérivée seconde s'annule aux points de raccordement. L'inconvénient est que les points d'inflexion sont moins facilement identifiables au vu de la courbe temporelle par comparaison, par exemple, aux extremums d'une courbe oscillante. Une routine numérique permet aisément d'extraire ces points d'un signal échantillonné. Néanmoins, si la courbure d'un profil est directement accessible, on peut spécifier des points qui ne sont plus forcément des points d'inflexion, à condition de fournir la courbure en ces points. Ceci permet en particulier de s'appuyer non pas sur les points d'inflexion mais par exemple sur les extremums. Dans les deux cas, les polynômes utilisés sont de degré 5.

Par commodité, il est aussi possible de définir un profil dit standard de durée  $T$  avec, cf Fig. 6.1 :

1. une valeur initiale  $V_1$  de durée  $T/100$ ,
2. une montée pendant  $T/1000$  (cf Fig. 6.1, en bas à gauche),

3. un maintien à une autre valeur  $V_2$  jusqu'à  $0.9T$ ,
4. une décroissance vers  $V_1$  pendant  $0.05T$  (cf Fig. 6.1, en bas à droite),
5. un repos à cette valeur initiale jusqu'à  $T$ .

Une fois défini, ce profil peut ensuite être adapté à souhait par modification des instants, valeurs, pentes et/ou courbures des points de contrôle.



**Figure 6.1** – Exemple de profil dit standard avec  $T = 1$  sec,  $V_1 = 1.0$  et  $V_2 = 2.0$ . Profil complet en haut, zooms sur la montée (en bas à gauche) et sur la descente (en bas à droite).

Une amélioration à apporter au code est l'utilisation de fonctions standard en géométrie vectorielle, à savoir les *splines*. Ce sont des fonctions polynomiales par morceaux sur une subdivision de l'intervalle (comme les fonctions présentées ci-dessus) mais définies uniquement par les instants et les valeurs associés aux points de contrôle, sans spécification des pentes et des courbures. La contrainte de continuité d'ordre 2 aboutit à des polynômes de degré 3 (plus faible que précédemment). Il est important de noter que les points fournis par l'utilisateur ne sont plus des points d'interpolation, c'est-à-dire que le profil ne passe plus par ces points (à l'exception des extrémités). L'universalité de ces fonctions permettrait l'utilisation de bibliothèques graphiques où l'utilisateur dessine directement un profil. Un autre avantage est l'existence de la bibliothèque fortran *fitpack* [61], qui implémente les algorithmes de [60] pour ajuster des splines à des mesures éventuellement bruitées. Une paramétrisation de mesures de pression dans la bouche d'un musicien et d'ouverture du canal d'anche en cours de jeu devient alors possible. Une attention particulière sera portée aux points singuliers où apparaissent discontinuité ou changement brutal de pente.

## Chapitre 7

# Résultats de simulations temporelles et compléments

### Sommaire

---

#### 7.1 Modules complémentaires

7.1.1 Reconstruction du champ de pression

7.1.2 Stabilité linéaire – version modale

7.1.3 Modes propres orthogonaux

#### 7.2 Variété des régimes obtenus

#### 7.3 Contenu spectral des composantes

#### 7.4 Influence de la vitesse d'établissement de la pression

---

La formulation du système dynamique et l'environnement de calcul des auto-oscillations décrites au cours du chapitre 6 présentent l'intérêt d'être relativement souples dans leur utilisation mais aussi dans leur extensibilité. En effet, la description du système est directement exploitable (et exploitée par S. Karkar, actuellement en thèse au LMA) dans le logiciel AUTO [63], outil numérique de continuation et d'analyse de bifurcation d'EDO qui permet notamment d'obtenir les régimes périodiques. Le solveur peut aussi être changé de manière instantanée en un solveur à pas de temps fixe grâce à sa formulation générale en temps continu. En complément de la simulation temporelle, le code Moreesc fournit divers outils, par exemple de reconstitution du champ de pression dans l'ensemble du résonateur (limité au cas des résonateurs définis analytiquement) et d'étude de la stabilité linéaire par analyse de la matrice jacobienne. Ces outils sont présentés ici, avant une discussion sur un certain nombre de résultats de simulation.

## 7.1 Modules complémentaires

### 7.1.1 Reconstruction du champ de pression

Le calcul des auto-oscillations par la résolution du système d'équations différentielles ordinaires ne fait intervenir que des grandeurs localisées au niveau de l'entrée du résonateur acoustique. La question se pose alors de savoir comment reconstituer le champ de pression dans l'ensemble de la colonne d'air.

En reprenant l'expression fréquentielle du champ de pression Eq. (2.21) et plus particulièrement de sa forme décomposée Eq.(2.41), pour une source en  $x_- = 0$  et une observation

en  $x_+ = x$  :

$$\begin{aligned} P(x, \omega) &= Z_c U_s(\omega) \frac{\cosh(\Gamma(L - x_+) + \eta_r) \cosh(\Gamma x_- - \eta_d)}{\sinh(\Gamma L + \eta_r - \eta_d)} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{U_s(\omega)}{j\omega - s_n} H(s_n, x) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{U_s(\omega)}{j\omega - s_n^*} H(s_n^*, x) \end{aligned} \quad (7.1)$$

pour une source  $U_s$  placée à l'entrée  $x_s = 0$  et variable temporellement, la contribution d'un pôle  $s_n$  est le produit d'un terme spatial  $H(s_n, x)$  (qui est noté  $H_n(x)$ ) :

$$H(s_n, x) = Z_c \frac{\cosh(\eta_d(s_n)) \cosh(\Gamma(s_n)x - \eta_d(s_n))}{\Gamma'(s_n)L + \eta_r'(s_n) - \eta_d'(s_n)} \text{ avec } H(s_n^*, x) = H(s_n, x)^* \quad (7.2)$$

et d'un terme contenant l'information fréquentielle

$$\frac{U_s(\omega)}{j\omega - s_n}. \quad (7.3)$$

Les composantes  $p_n(t)$  du vecteur d'état utilisées dans le code de simulation sont définies, cf Eq.(6.11), par

$$\frac{dp_n}{dt} - s_n p_n(t) = C_n u_s(t) \quad (7.4)$$

où  $C_n$  est le résidu de l'impédance d'entrée, cf Eq.(2.43) :

$$C_n = \text{Res}_{s_n} Z_e = Z_c \frac{\cosh(\eta_d(s_n)) \cosh(\eta_d(s_n))}{\Gamma'(s_n)L + \eta_r'(s_n) - \eta_d'(s_n)} = H(s_n, 0). \quad (7.5)$$

De même, le complexe conjugué de la composante  $p_n$  est associé au pôle  $s_n^*$  et au résidu  $C_n^*$ . Le terme fréquentiel  $U_s(\omega)/(j\omega - s_n)$  (resp.  $U_s(\omega)/(j\omega - s_n^*)$ ) est donc la transformée de Fourier de la quantité  $p_n(t)/H_n(0)$  (resp.  $p_n(t)^*/H_n(0)^*$ ), ce qui aboutit à l'expression du champ de pression  $p(x, t)$  en temps et en espace calculé à partir de l'évolution temporelle des composantes  $p_n(t)$  :

$$p(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{H_n(0)} p_n(t) + \frac{H_n(x)^*}{H_n(0)^*} p_n(t)^* = \sum_{n=0}^{\infty} 2 \Re \left( \left( \frac{H_n(x)}{H_n(0)} p_n(t) \right) \right) \quad (7.6)$$

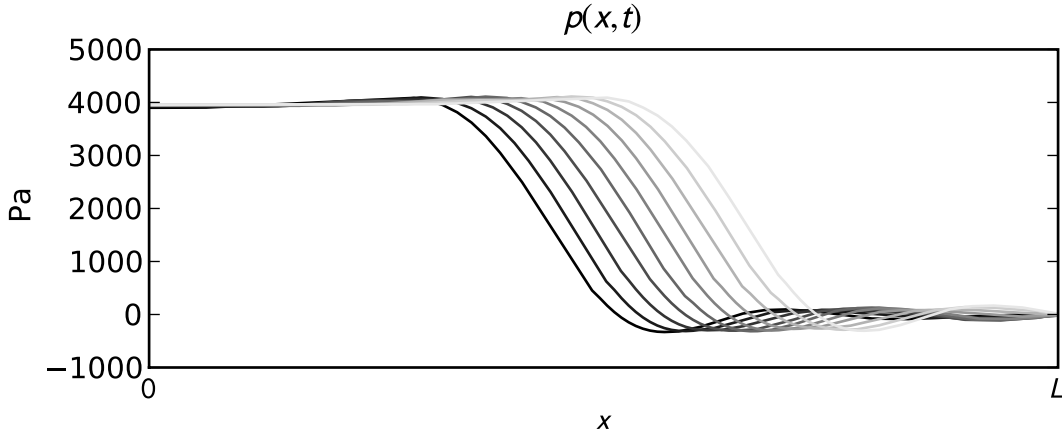
qui correspond bien à une somme de contribution à variables séparées où les déformées modales sont, en utilisant (2.16) :

$$\frac{H_n(x)}{H_n(0)} = \frac{\cosh(\Gamma(s_n)x - \eta_d(s_n))}{\cosh(\eta_d(s_n))} = \cosh(\Gamma(s_n)x) - \sinh(\Gamma(s_n)x) \frac{Z_c}{Z_d(s_n)}. \quad (7.7)$$

Dans le cas où le rayonnement et le débit d'anche sont ignorés ( $\eta_r = -j\pi/2$  et  $\eta_d = 0$ ), les pôles de l'équation (7.1) sont donnés par  $\Gamma(s_n)L = j(n + 1/2)\pi$  et on retrouve les déformées modales du guide d'onde avec conditions terminales de Neumann en  $x = 0$  et Dirichlet en  $x = L$  :

$$\frac{H_n(x)}{H_n(0)} = \cosh \left( j \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{x}{L} \right) = \cos \left( \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{x}{L} \right). \quad (7.8)$$

L'expression (7.6) permet de suivre l'évolution de la pression en un point quelconque du résonateur cylindrique connaissant l'évolution des composantes, mais aussi de fournir un instantané du champ de pression dans l'ensemble du guide. Ceci permet notamment (cf Fig. 7.1) d'observer le développement de front d'onde au sein du guide acoustique en accord avec les considérations de [112] (p. 258).



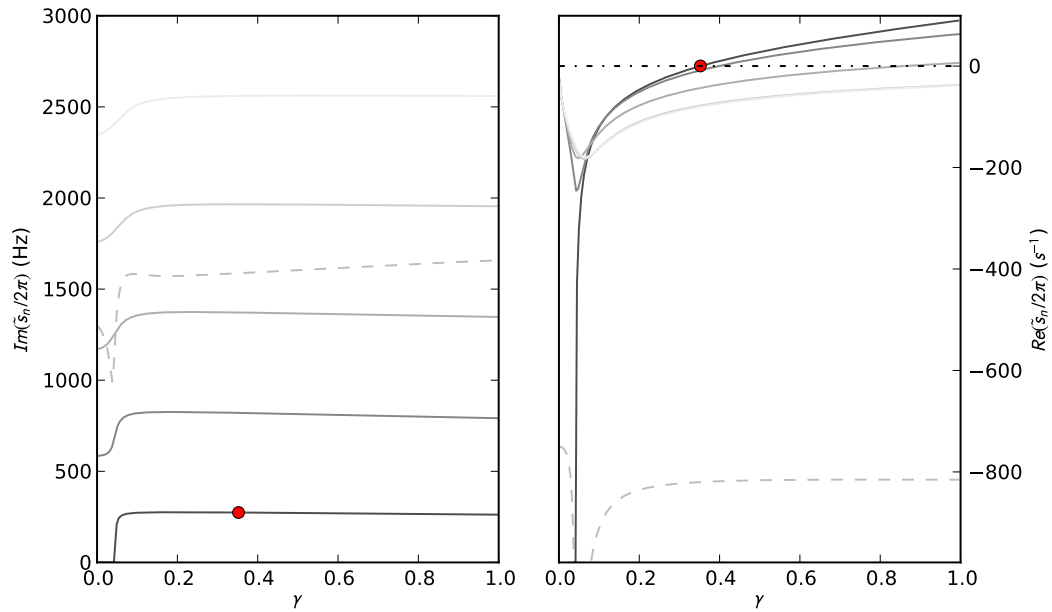
**Figure 7.1** – Déplacement d'un front d'onde au cours d'une simulation. Champ de pression sur un horizon temporel correspondant à 5% de la période d'oscillation.

### 7.1.2 Stabilité linéaire – version modale

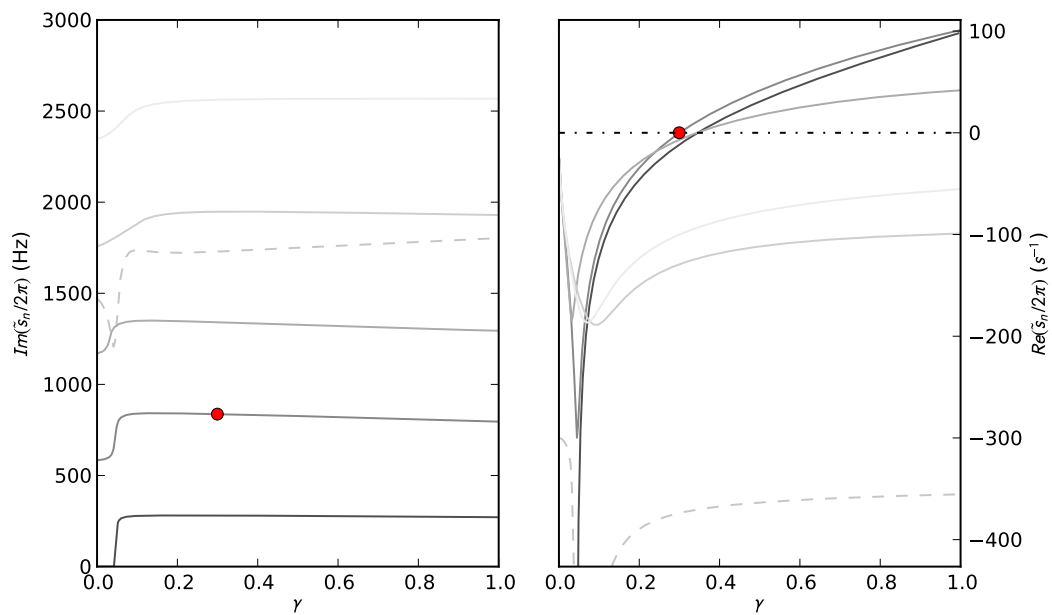
L'étude théorique des seuils d'oscillation menée au chapitre 3 peut également tirer parti de la formulation proposée en Sec. 6.2, notamment de la matrice jacobienne (cf. 6.4). Pour une configuration donnée de résonateur acoustique, anche et paramètres de contrôle, la stabilité linéaire peut également être étudiée à partir de la matrice jacobienne évaluée au point de fonctionnement du régime statique [88]. Ses valeurs propres  $\tilde{s}_n = j\omega_n - \alpha_n$  sont alors les fréquences propres (complexes) du système complet couplé par l'écoulement,  $\omega_n$  étant la pulsation propre et  $\alpha_n$  son amortissement. Lorsque toutes les valeurs propres sont à partie réelle négative, le régime statique est considéré comme (linéairement) stable. Il perd sa stabilité dès qu'une des fréquences propres complexes voit sa partie réelle devenir positive (le cas limite où une valeur propre est imaginaire pure nécessite d'autres outils que l'analyse de stabilité linéaire pour être examiné). En considérant toujours la valeur de la pression buccale comme paramètre de bifurcation, la recherche du seuil d'instabilité du régime statique est effectuée en augmentant la valeur du paramètre jusqu'à atteindre une valeur propre à partie réelle positive.

Dans le cas illustré Fig. 7.2, le seuil d'instabilité du régime statique est atteint pour une pression de 2254 Pa (soit  $\gamma = 0.35$ ) avec une fréquence émergente correspondant au premier régime du résonateur acoustique. Le mode associé à la résonance de l'anche est modifié par couplage avec les modes acoustiques mais reste amorti sur toute la plage de valeurs  $\gamma \in [0, 1]$ . Sur la figure 7.3 obtenue avec une anche moins amortie, on observe l'effet de sélection de régime par l'anche puisque c'est cette fois-ci le second régime qui déstabilise en premier la solution statique pour une pression plus faible ( $\gamma = 0.30$  soit 1916 Pa).

Cet outil d'estimation des seuils d'oscillation permet d'illustrer l'effet du nombre de modes acoustiques pris en compte sur le comportement dynamique du modèle ainsi défini. La figure 7.4 montre que les seuils et la fréquence associés à l'oscillation émergente varient énormément suivant la troncature de la décomposition modale. Pour un nombre de modes suffisamment important, le régime d'oscillation ne change plus mais la pression de seuil évolue encore avec une convergence relativement lente, ce qui s'explique par le fait que les modes supérieurs contribuent par leurs parties élastiques (bande de fréquences inférieures à la pression de chacun des modes) aux amplitudes des modes inférieurs pris en compte dans la décomposition modale. Ainsi la hauteur du cinquième pic d'impédance du « résonateur tronqué » converge lentement vers la hauteur du cinquième pic du résonateur non tronqué, ce qui implique un



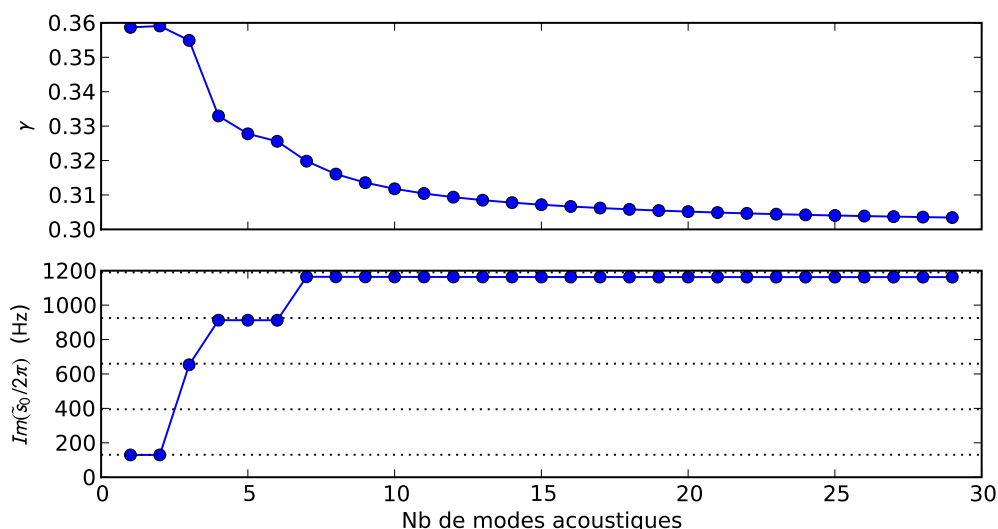
**Figure 7.2** – Fréquences propres complexes du système complet. Tuyau cylindrique  $L = 30$  cm,  $r = 7$  mm, 10 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 1.0$ ,  $K_a = 5.3e8$  Pa/m<sup>2</sup>.  $\zeta = 0.52$ .



**Figure 7.3** – Fréquences propres complexes du système complet. Tuyau cylindrique  $L = 30$  cm,  $r = 7$  mm, 10 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 0.4$ ,  $K_a = 5.3e8$  Pa/m<sup>2</sup>.  $\zeta = 0.52$ .



comportement similaire sur les seuils d'oscillation. Ce constat incite à ne pas effectuer une troncature trop sévère de la décomposition modale du guide d'onde sous peine de considérer un système au comportement radicalement différent. Remarquons encore une fois la notion de sélectivité par l'anche du régime d'oscillation, ce qui se manifeste ici par l'interaction entre la résonance de l'anche ( $f_a = 1500$  Hz) et la cinquième fréquence de résonance de la colonne d'air ( $f_5$  1200 Hz) avec une pression de seuil plus faible que celles associées à l'interaction de l'anche avec les autres résonances acoustiques.



**Figure 7.4** – Variation du seuil d'oscillation (pression adimensionnée et fréquence émergente) selon le nombre de modes du résonateur acoustique pris en compte. Les pointillés correspondent aux fréquences de résonance de celui-ci. Tuyau cylindrique  $L = 65$  cm,  $r = 7$  mm. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 0.4$ ,  $K_a = 5.3e8$  Pa/m<sup>2</sup>.  $\zeta = 0.52$ .

En comparaison de l'étude théorique menée au chapitre 3, la recherche des seuils d'oscillation devient possible sur n'importe quel type de résonateur à partir du moment où l'on est en mesure d'écrire une décomposition modale de l'impédance d'entrée. Avec la modélisation présentée dans le chapitre 2, les résultats de simulation et d'analyse linéaire de stabilité est obtenues avec prise en compte du débit d'anche et du rayonnement qui sont inclus dans les pôles et les résidus. Mais il est difficile de dissocier les divers phénomènes et leur participation aux seuils d'oscillation car la dépendance aux diverses grandeurs n'est pas explicite, ce qui justifie les développements du chapitre 3.

### 7.1.3 Modes propres orthogonaux

Les diagrammes 7.2 et 7.3 montrent que les modes du résonateur que l'on qualifiera ici de linéaires ne sont pas les modes linéarisés du système couplé avec écoulement. Pour des pressions d'alimentation  $\gamma > 0.1$ , les parties imaginaires  $\Im \mathbf{m}(\tilde{s}_n)$  des fréquences propres complexes du système couplé sont proches de celles  $\Im \mathbf{m}(s_n)$  du résonateur acoustique (comportant éventuellement le débit d'anche et le rayonnement), mais avec des écarts pouvant dépasser le demi-ton. Ceci correspond à la contribution de la partie excitatrice qui peut être prise en compte comme le fait Debut [58], en incluant dans le problème acoustique la partie linéaire de la relation débit-pression. De manière encore plus remarquable, les valeurs propres forment, pour de faibles pressions et donc de grandes ouvertures du canal d'anche, une

séquence proche des multiples de la fréquence  $c/2L$ , soit les multiples pairs de la fréquence fondamentale du tuyau ouvert/fermé et donc les antirésonances de l'impédance d'entrée telle définie dans le chapitre 2. Une interprétation possible est que, pour ces grandes ouvertures, le système est semblable à un tuyau ouvert/ouvert.

Ceci illustre le fait que les modes linéaires ne forment pas une base optimale. Debut [58] propose une famille de modes vérifiant la condition de Dirichlet à l'extrémité ouverte et, du côté du bec, une condition de Robin avec une résistance correspondant à la partie linéaire de la caractéristique débit-pression et pouvant devenir négative. Un autre axe de recherche a porté sur les modes propres orthogonaux (POM) obtenus par *Proper Orthogonal Decomposition* (POD, aussi appelé Karhunen–Love Decomposition), méthode d'analyse statistique multidimensionnelle visant à extraire une structure cohérente d'un ensemble de données [116]. Les différentes composantes de pression n'étant pas indépendantes (cf Sec. 7.3), l'objectif est l'obtention d'un ensemble réduit de variables décorréliées.

D'un point de vue technique, les POM sont les vecteurs propres de la matrice de corrélation des composantes du vecteur d'état  $X$ , pour un résultat de calcul d'auto-oscillation donnée. Nous touchons ici une des limitations de cette méthode : les POM obtenus sont liés aux signaux calculés (ou mesurés) et non à la physique du système modélisé. Les résultats de la POD peuvent ainsi dépendre de manière non négligeable des conditions initiales : on obtient autant de résultats de POD que de configurations possibles. . .

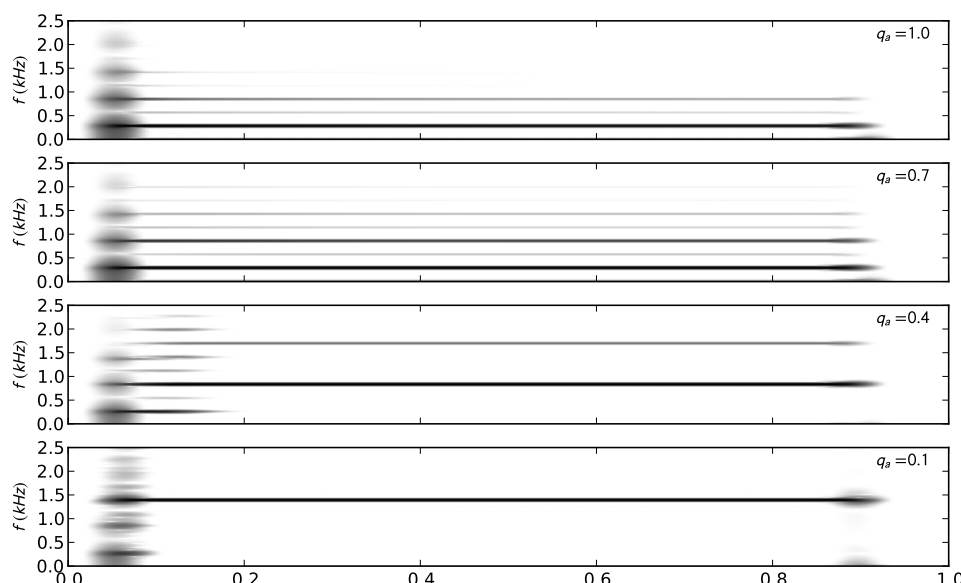
Toutefois les travaux de B. Vial [184] réalisés à partir du code Moreesc laissent la porte ouverte à une réduction de modèle basée sur la POD appliquée au système auto-oscillant que sont les instruments à anche. En effet, une surcouche aux algorithmes 1 et 2 permet de réaliser la résolution d'ODE sur un nombre réduit de POM devant contenir l'essentiel de l'énergie avec un coût de calcul foncièrement plus faible. Il est néanmoins impératif de s'assurer que le comportement dynamique (diagramme de bifurcation notamment) est similaire à celui du système initial.

## 7.2 Variété des régimes obtenus

Comme mentionné en début de chapitre 6, la synthèse par modèle physique permet un contrôle de plus haut niveau que les modèles de signal, avec des paramètres de contrôle similaires aux caractéristiques physiques de l'ensemble (musicien, instrument). L'instrument virtuel se comporte de manière semblable à l'instrument réel et nécessite un apprentissage au même titre que le musicien apprend à maîtriser son instrument. Le code de simulation permet d'obtenir toute une palette de sonorités, régimes d'oscillation (ou non) proches de ceux réellement obtenus.

La figure 7.5 présente les sons obtenus avec une attaque dite standard (cf. 6.7) pour divers amortissements d'anche. Quand le coefficient d'amortissement de la (première) résonance d'anche est fort, l'oscillation se fait sur le premier registre de la colonne d'air, avec un spectre plus ou moins riche en harmoniques ( $q_a = 1.0$  et  $q_a = 0.7$ ). Pour  $q_a = 0.4$ , c'est le registre clairon (associé à la seconde résonance acoustique) qui émerge d'une partie transitoire où la son semble brièvement passer du premier registre au second. Quand l'amortissement diminue encore ( $q_a = .1$ ), c'est la troisième résonance située juste en-dessous de la fréquence de résonance de l'anche qui s'établit plus rapidement que dans le cas précédent. Ceci est à mettre en regard des valeurs de pression buccale pour lesquelles une fréquence propre complexe du système couplé passe dans le demi-plan instable. La figure 7.6 montre l'évolution des pressions associées aux trois premiers régimes lorsque l'amortissement de l'anche varie. Pour les forts amortissements, c'est bien la fréquence propre la plus basse qui dispose du seuil

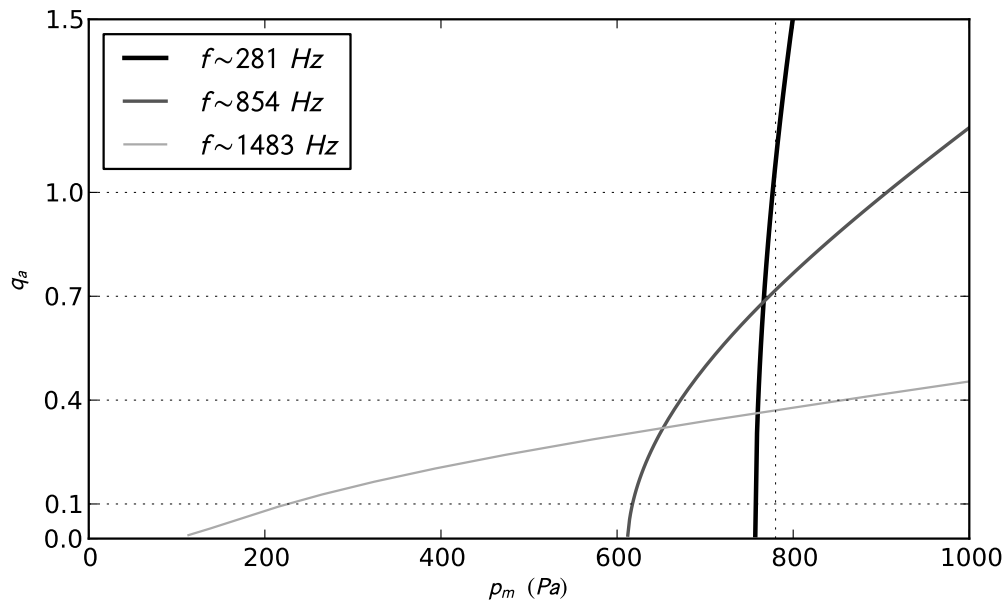
de déstabilisation du régime statique le plus faible. Lorsque  $q_a$  diminue, ce rôle est ensuite tenu par la seconde fréquence propre puis la troisième. Les simulations ont été réalisées pour une même valeur de  $p_m$  qui est toujours supérieure au seuil du premier régime, ce qui peut justifier la présence du fondamental au début du signal de pression même pour les faibles amortissements.



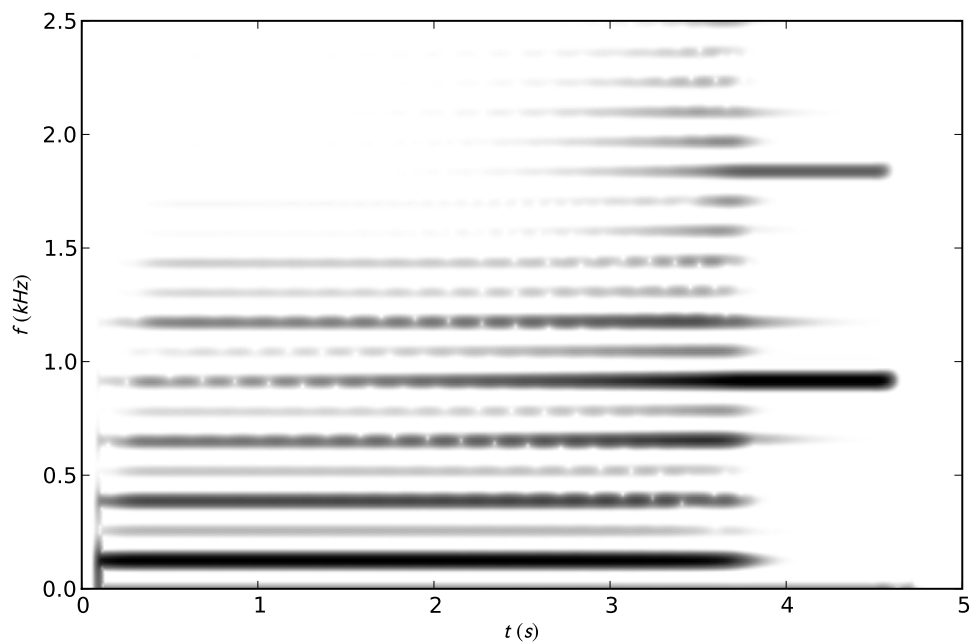
**Figure 7.5** – Spectrogrammes de résultats de simulation pour divers amortissement d'anche. Tuyau  $L = 30$  cm,  $r = 7$  mm, 12 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz.  $\zeta = 0.3$  et  $\gamma = 0.4$  ( $p_m = 780$  Pa).

La distinction devient moins nette lorsque le changement de régime s'effectue de manière quasi-continue. Sur la figure 7.7, on observe une situation typique chez un clarinettiste débutant : avec une embouchure lâche, les notes les plus graves « glissent » vers un registre supérieur, en l'occurrence le quatrième registre ici, avec une sensation de sons *mêlés* avant extinction de la note grave. Le spectrogramme montre aussi l'absence ponctuelle d'énergie au sein des raies présentes avec une périodicité de 0.2 s, mais sans synchronisation de ses zéros entre les partiels. D'un point de vue perceptif, on entend un *tremolo* avant le changement de régime. Une interprétation proposée est que chaque régime contribue à la présence d'un peigne fréquentiel, et que la fréquence fondamentale du quatrième régime est légèrement décalée par rapport à l'harmonique 7 du premier régime.

La simulation temporelle permet également d'étudier les sons produits pour une pression d'alimentation inférieure à la pression de seuil. Même si l'effort amont est insuffisant à mettre en vibration de manière durable la colonne d'air, un échelon de débit excite le résonateur et des oscillations que l'on pourrait qualifier de *libres* sont observables, mais avec des temps de décroissance bien plus longs qu'en l'absence d'écoulement comme l'illustre la figure 7.8. Ceci est à relier aux parties réelles des valeurs propres de la matrice jacobienne pour cette valeur de pression buccale : juste en dessous du seuil d'oscillation, la valeur propre qui s'apprête à déstabiliser le régime statique a une partie réelle négative mais proche de la valeur nulle, ce qui correspond à un très faible amortissement. Une expérience informelle réalisée sur bouche artificielle a permis de constater un phénomène similaire : juste en-dessous du seuil, une perturbation sur le résonateur (par exemple un des derniers trous que l'on ferme ou que l'on ouvre) donne naissance à une vibration qui décroît très lentement, le son restant perceptible

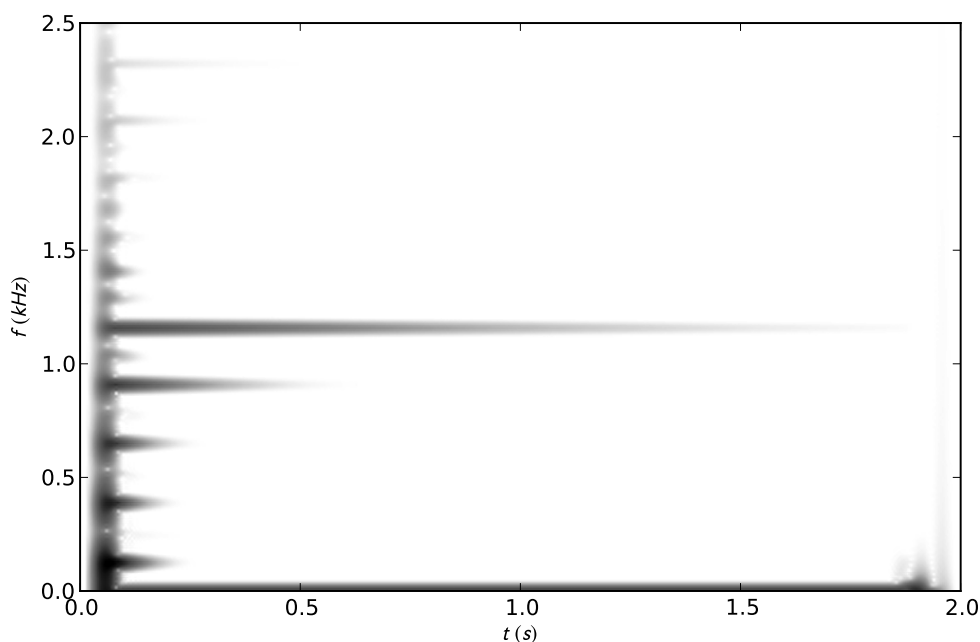


**Figure 7.6** – Diagramme donnant les pressions pour lesquelles les trois premières fréquences complexes sont juste instables, en fonction de l'amortissement  $q_a$  de l'anche. Tuyau  $L = 30$  cm,  $r = 7$  mm, 12 modes (les trois premières fréquences de résonance du tuyau seul sont 284 Hz, 858 Hz et 1433 Hz). Anche  $f_a = 1500$  Hz.  $\zeta = 0.3$ . La figure a été obtenue par S. Karkar[107] en utilisant le logiciel de continuation de bifurcation AUTO[63].



**Figure 7.7** – Spectrogrammes d'un changement de régime. Tuyau  $L = 65$  cm,  $r = 7$  mm, 10 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 0.4$ .  $\zeta = 0.3$  et  $\gamma = 0.4$ .

jusqu'à 10 s, avec un timbre très métallique voire proche de celui d'une cloche. . .



**Figure 7.8** – Évolutions temporelle et fréquentielle d'un son produit en dessous du seuil d'oscillation. Tuyau  $L = 65$  cm,  $r = 7$  mm, 10 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 0.4$ .  $\zeta = 0.7$  et  $\gamma = 0.25$ .

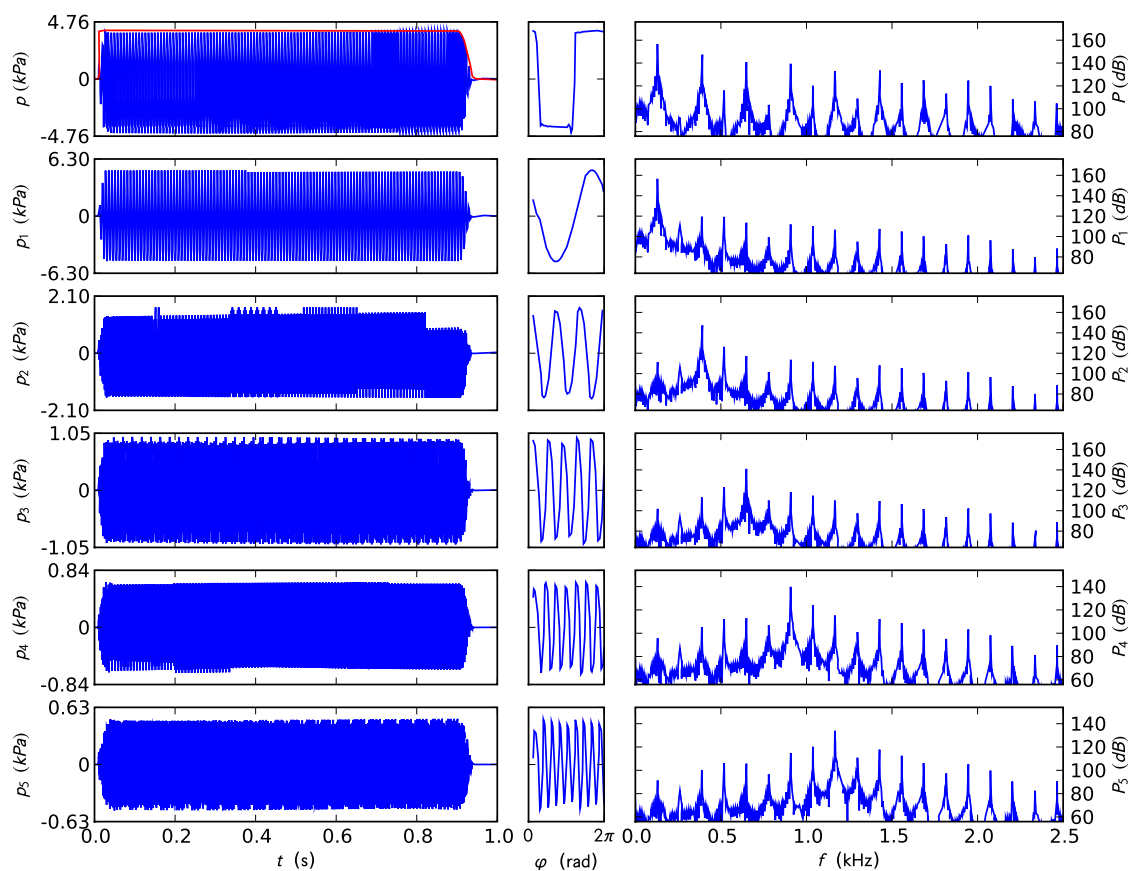
### 7.3 Contenu spectral des composantes

La décomposition modale de l'impédance d'entrée permet d'interpréter le résonateur acoustique comme un banc de filtres passe-bande autour de chacune des fréquences de résonance. En effet, d'un point de vue de l'automatique ou du traitement des signaux, chacune des composantes de la pression acoustique dans le bec est le résultat du filtrage du signal de débit par un résonateur monochromateur. Il en résulte que chaque composante  $p_n$  met en avant le contenu spectral du débit présent dans la bande autour de la fréquence de résonance  $n$ . Toutefois, le débit dispose de nombreux partiels (harmoniques si le signal est périodique). Comme chaque terme

$$\frac{C_n}{j\omega - s_n} + \frac{C_n^*}{j\omega - s_n^*}$$

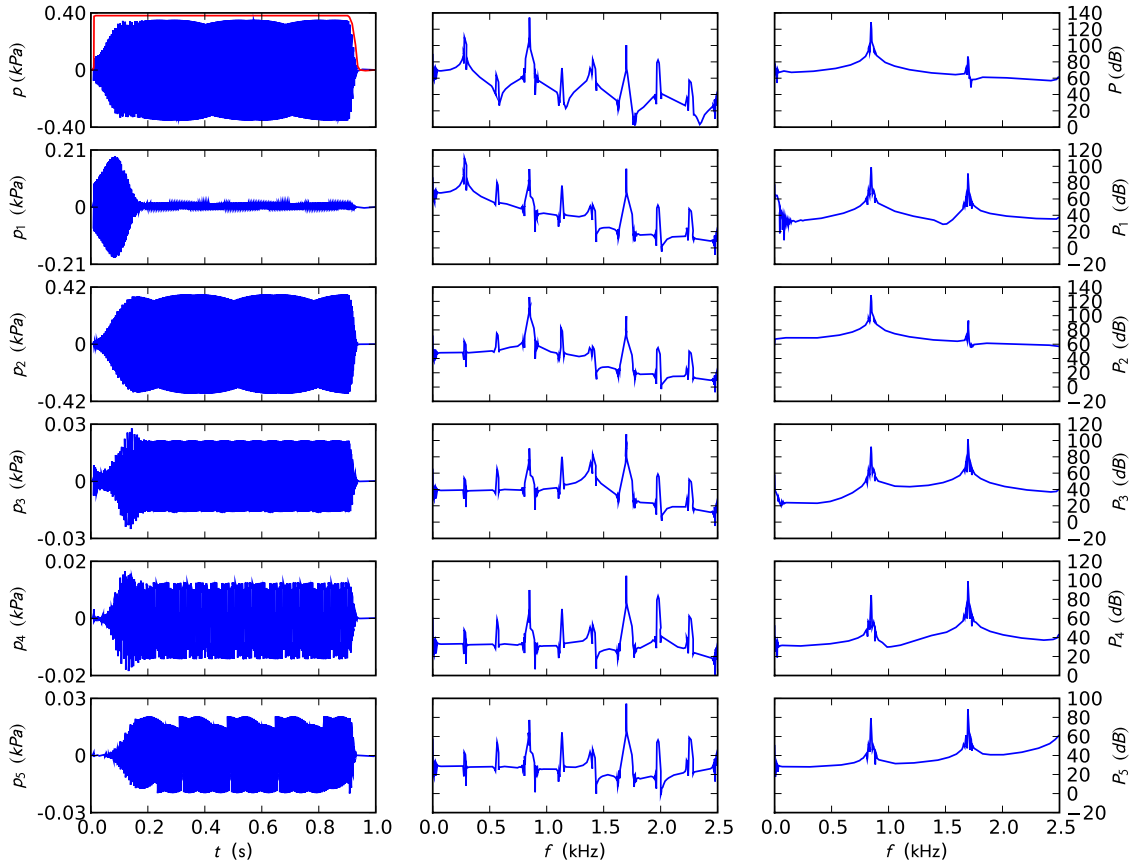
constitue un filtre à support fréquentiel infini, l'ensemble des partiels du débit se retrouvent dans le spectre de chacune des composantes de pression, comme il est visible sur la figure 7.9.

Ceci illustre la différence fondamentale entre la décomposition de l'impédance d'entrée du résonateur au sein d'un système dynamique couplé et la décomposition en série de Fourier du signal de pression produit par ce même système. Pour qu'elles soient semblables dans le cas des auto-oscillations des instruments de musique, il faudrait des résonances aux facteurs de qualité exceptionnellement élevés, le filtrage devenant très sélectif et rejetant les fréquences relativement distantes de la fréquence de résonance. En pratique, dans le cas d'une oscillation sur le premier régime, on observe la présence de la fréquence fondamentale de manière



**Figure 7.9** – Densités spectrales de puissance des composantes  $p_n$  pour une oscillation sur le premier régime. Évolution temporelles (colonne de gauche), formes d'onde (milieu, une période) et spectres (droite) du signal de pression (première ligne) et de ses composantes  $p_1$  à  $p_5$ .

non négligeable sur l'ensemble des composantes (cf Fig. 7.9). À l'opposé, dans le cas d'une oscillation sur un régime supérieur (ou, avec une connotation plus musicale, sur un régime plus aigu), la fréquence fondamentale du signal de pression ne correspond pas à la première fréquence de résonance acoustique comme le montre la figure 7.10 après la fin du régime transitoire (colonne de droite, spectres des signaux limité à l'horizon temporel compris entre 0.5 s et 1 s). Le spectre de la première composante  $p_1$  ne contient alors pas, en régime permanent, d'énergie dans la bande fréquentielle qu'elle est censée restituer.



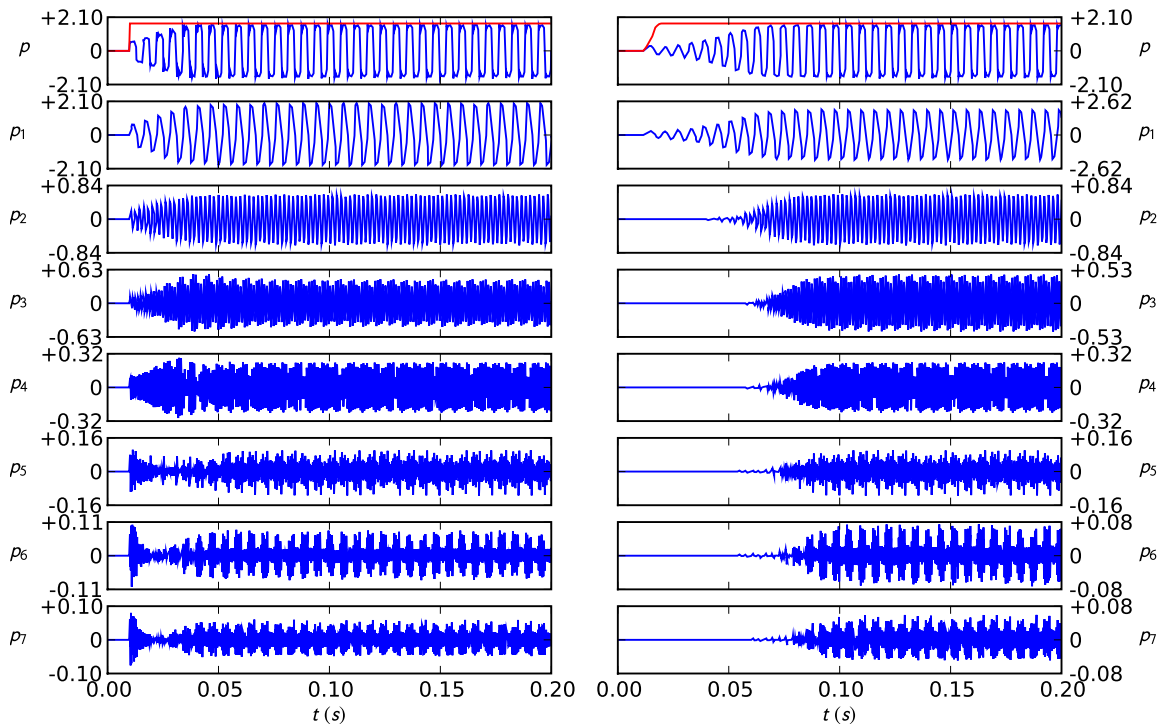
**Figure 7.10** – Densités spectrales de puissance des composantes  $p_n$  pour une oscillation sur le second régime. Évolution temporelles (colonne de gauche), spectres des signaux complets (milieu) et spectres du régime permanent ( $t > 0.5$  s, droite) du signal de pression (première ligne) et de ses composantes  $p_1$  à  $p_5$ . Tuyau  $L = 30$  cm, 10 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 0.4$ .  $\gamma = 0.4$ ,  $\zeta = 0.2$ .

## 7.4 Composantes maîtres/esclaves et vitesse d'établissement de la pression

Une particularité également visible sur la figure 7.10 est le comportement de chaque composante au cours de la partie transitoire d'établissement de l'oscillation, notamment leurs temps de croissance. Pour un établissement rapide de pression buccale (cf colonne de gauche de la figure 7.11), on retrouve le type de transitoire présenté par Debut [58] avec des composantes aux dynamiques variées

- les premières composantes de pression  $p_1$  à  $p_3$ , qualifiée de *composantes maîtres*, ont une amplitude croissante convergent vers la valeur en régime permanent.

- les composantes suivant, au-delà de  $p_5$  ( $p_4$  a une croissance plus chahutée), décroissent initialement avant d'être amplifiées et atteindre le régime permanent.

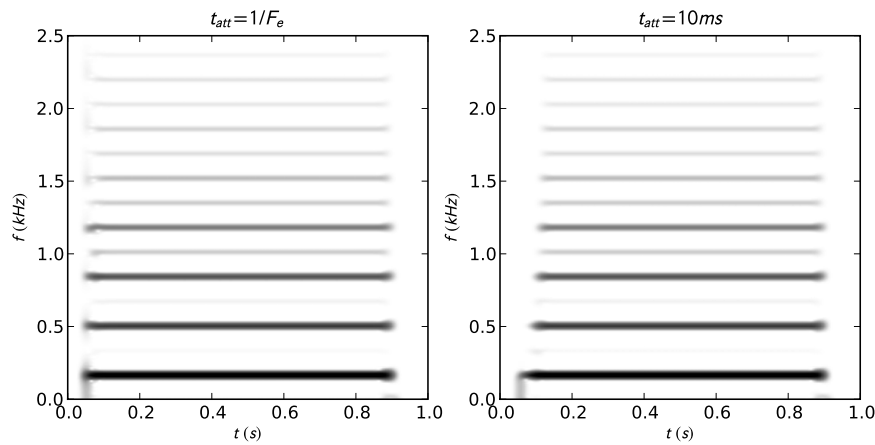


**Figure 7.11** – Évolution temporelle du signal de pression (première ligne) et de ses composantes  $p_1$  à  $p_5$  pour des montées de pression brutale ( $t_{att} = 1/44100$ , colonne de gauche) et douces ( $t_{att} = 10$  ms, colonne de droite). Tuyau  $L = 50$  cm, 8 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 0.4$ .  $\gamma = 0.45$ ,  $\zeta = 0.4$ .

Cette différence de comportement peut s'interpréter par l'observation des fréquences propres complexes du système couplé (cf. Table 7.1). Les valeurs propres de la matrice jacobienne qui ont des fréquences proches des résonances 1 à 4 du tuyau sont à partie réelle positive : ces composantes sont donc naturellement instables (et donc exponentiellement croissantes) pour la pression imposée ( $p_m = 1708$  Pa). Au contraire, les composantes suivantes intègrent dans leur bande spectrale les fréquences propres qui sont à partie réelle négative, et sont par conséquent amorties. Toutefois, quand la croissance des premières composantes est saturée par la non-linéarité, celle-ci contribue également à la génération d'harmoniques supérieurs et de l'énergie est réinjectée dans les composantes supérieures.

La décroissance initiale des composantes esclaves n'est possible que si de l'énergie est présente, au niveau de la pression d'excitation  $p_m$ , dans la bande spectrale correspondante. Lors d'une attaque brutale (montée de la pression depuis la valeur nulle en une période de pseudo-échantillonnage  $t_{att} = 1/44100$  s), la distribution fréquentielle de l'énergie de la pression buccale est proche de celle d'un échelon, ce qui contribue à un débit au spectre riche entrant dans le résonateur. Cette énergie est filtrée et répartie sur les différentes résonances du système couplé et l'on observe des composantes croissantes ou décroissantes selon le degré de stabilité. Si, au contraire, la montée de pression est plus douce, le spectre du signal de pression buccale est moins riche en hautes fréquences, et n'introduit pas ou peu d'énergie au niveau des composantes supérieures. La figure 7.11 (colonne de droite) montre, que si le temps d'établissement de la pression d'excitation s'élève à 10 ms, alors les composantes





**Figure 7.12** – Spectrogrammes pour des montées de pression brutale (gauche) et douce (droite). Mêmes paramètres que la figure 7.11.

Poles des résonateurs ( $/2\pi$ )		Valeurs propres de la jacobienne ( $/2\pi$ )	
(Anche)	$-3.03 \pm 170.01j$	8.44	$\pm 168.67j$
	$-5.28 \pm 513.95j$	8.78	$\pm 508.68j$
	$-6.84 \pm 858.59j$	12.34	$\pm 844.85j$
	$-8.10 \pm 1203.52j$	12.07	$\pm 1168.99j$
	$-9.19 \pm 1548.62j$	-16.90	$\pm 1491.91j$
	$-300 \pm 1469.69j$	-404.45	$\pm 1657.84j$
	$-10.17 \pm 1893.83j$	-47.53	$\pm 1859.34j$
	$-11.06 \pm 2239.14j$	-44.16	$\pm 2221.81j$
	$-11.88 \pm 2584.50j$	-39.14	$\pm 2572.03j$

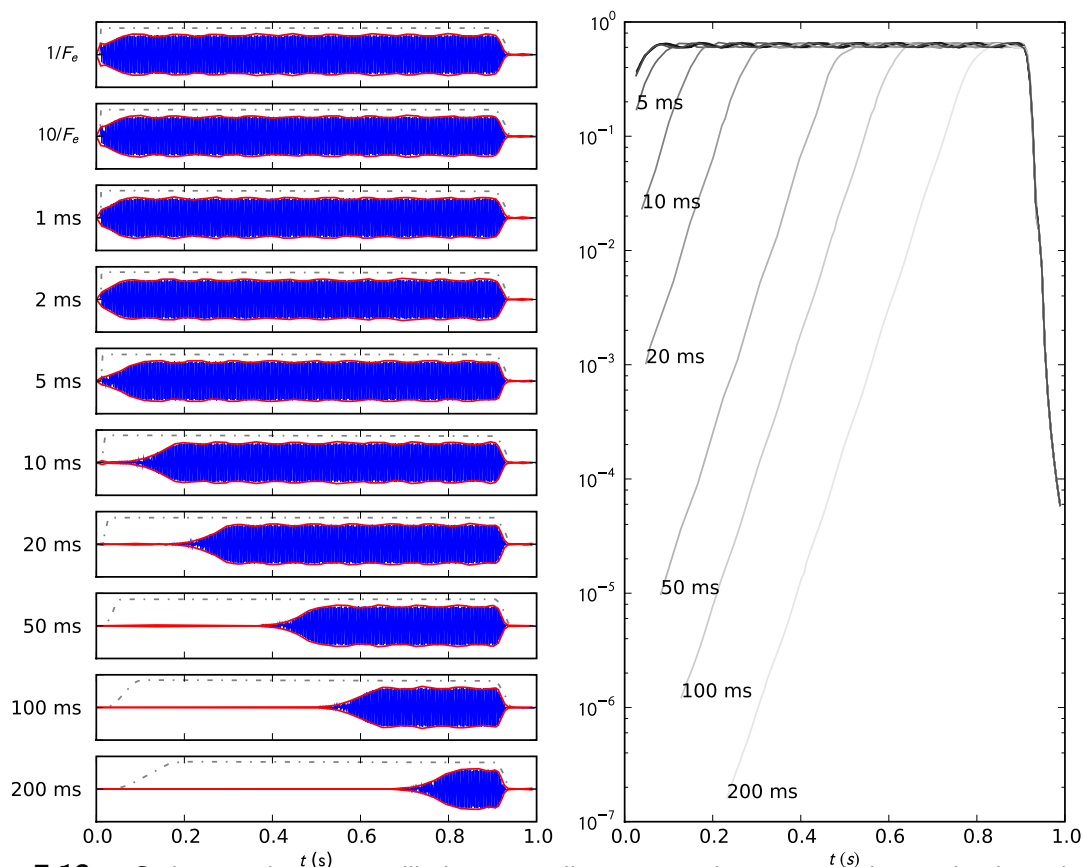
**Table 7.1** – Comparaison des poles des résonateurs (acoustiques et mécaniques) et des fréquences propres complexes du système couplé par l'écoulement. Mêmes paramètres que la figure 7.11

supérieures  $p_{\geq 5}$  ne présentent plus de phase initiale d'amortissement. Toutefois le régime permanent est le même, c'est-à-dire que les amplitudes et les spectres semblent, dans ce cas, indépendent de la violence de l'attaque. Ceci se confirme lors du tracé des spectrogrammes 7.12

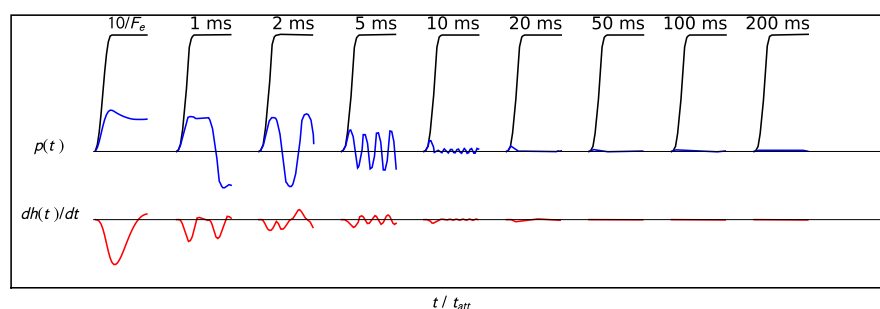
Lorsque le temps de montée  $t_{\text{att}}$  de la pression  $p_m$  augmente encore (Fig. 7.13), on observe une phase de croissance des oscillations de plus en plus longue. Pour  $t_{\text{att}} > 20$  ms, les auto-oscillations semblent même démarrer avec un retard ! Cependant, l'examen de l'amplitude des oscillations permet de vérifier que la croissance est bien exponentielle avant que le régime permanent soit atteint (Fig. 7.13, à droite). Un indicateur comme le temps mis pour passer de 10% à 90% de l'amplitude maximale donne des durées semblables. Ce résultat est en accord avec le calcul de l'amplitude en régime transitoire effectué sur un résonateur à un mode par Debut [58] (p. 90, Eq. (3.38)) : la vitesse de croissance est essentiellement liée à distance de la pression buccale à la valeur au seuil d'oscillation. La différence dans le régime transitoire semble plutôt être due à l'amplitude initiale : plus le temps de montée est long, plus les oscillations semblent démarrer avec une amplitude faible. C'est ainsi le paramètre  $K_1$  de Debut qui change en fonction de la réponse du système lors de la phase de montée de la pression buccale. Une fois la pression installée, la vitesse est la même indépendamment de la « condition initiale ». Un zoom sur l'horizon temporel pendant lequel la pression dans la bouche s'établit (Fig. 7.14) rend visible une différence de comportement au moment de la montée :

- pour une montée rapide de pression, la pression dans le bec croît également jusqu'à se stabiliser (avec dépassement) autour d'un palier. Cette surpression se propage ensuite dans l'instrument : les auto-oscillations s'initient dès la montée de  $p_m$ .
- pour une montée plus lente ( $t_{\text{att}} \geq 10$  ms), la surpression n'apparaît que de manière temporaire avant un retour à l'équilibre ( $p \sim 0$ ). Cette petite perturbation est néanmoins présente et devient instable et exponentiellement croissante quand la pression buccale dépasse le seuil d'oscillation.

À ce niveau, la manière dont la pression est établie dans la bouche de l'instrumentiste semble être un élément déterminant de la phase d'établissement des auto-oscillations. Le musicien dispose de multiples outils pour obtenir une croissance lente ou rapide du son, comme la langue qui permet à la fois de moduler l'arrivée d'air sur le canal d'anche et de donner une légère impulsion amorçant les vibrations. La glotte du musicien, dans un rôle de détendeur, contrôle la pression buccale mais aussi la vitesse et la forme du jet entrant dans la bouche depuis les voies respiratoire ([78], annexe H). Un autre élément important est le conduit vocal. D'un point de vue acoustique, la pression dans la bouche n'est en pratique pas constante mais contient des oscillations dues à la fois au couplage avec le siège principal des vibrations (à savoir l'instrument) et par l'impédance présentée par le conduit vocal. Une variation brutale de pression subglottique est filtrée par les résonances du conduit vocal, ce qui expliquerait pourquoi certaines configurations favorisent l'émission de notes données [35, 91]. La présence dans la pression d'alimentation d'énergie aux résonances de la colonne d'air de l'instrument joue alors le rôle de la perturbation qui est ensuite amplifiée par la *résistance négative* due à l'écoulement.



**Figure 7.13** – Croissance des auto-oscillations pour divers temps de montée de la pression buccale  $p_m$  (en trait mixte sur les courbes de gauche) : signaux (à gauche) et amplitude (à droite). Tuyau  $L = 30$  cm, 12 modes. Anche  $f_a = 1500$  Hz,  $q_a = 1.0$ .  $\gamma = 0.4$ ,  $\zeta = 0.3$ .



**Figure 7.14** – Zoom sur un horizon temporel de  $3t_{att}$ . Mêmes signaux que sur la figure 7.13.

# Conclusion

L'objectif principal de cette thèse était de quantifier l'implication de l'anche et de son comportement dynamique sur le processus de démarrage des oscillations dans les instruments de musique à anche simple.

La participation de l'anche se manifeste sous plusieurs formes. Tout d'abord, elle agit comme une valve mobile pour l'écoulement. En modulant celui-ci, elle contribue à une injection périodique d'énergie dans le résonateur, entretenant ainsi les oscillations acoustiques qui y ont lieu. Cette valve est néanmoins un élément mécanique qui a un comportement fréquentiel propre : elle ne vibre pas de manière purement élastique sous l'effet des variations de pression. Les expériences menées ont confirmé que l'anche a un comportement qui peut être considéré visco-élastique avec même un fort amortissement. D'autre part, cette valve n'est pas ponctuelle mais vibre sur une partie de sa longueur, mettant en mouvement l'air voisin de sa surface. Un débit acoustique est ainsi créé, c'est le *débit d'anche*.

La première partie du travail a été d'intégrer le débit d'anche dans le problème de l'acoustique du résonateur sous la forme d'une paroi mobile à l'une des extrémités. Il s'agit d'une amélioration par rapport aux modèles de résonateur couramment utilisés dans la littérature, puisque les fréquences de résonance sont déviées par ce débit supplémentaire, d'autant plus fortement que l'amortissement de l'anche est faible. La prise en compte du débit d'anche a également été l'occasion de s'intéresser aux modes propres de l'ensemble de la partie acoustique du problème. La décomposition modale a été adaptée aux conditions aux limites particulières que sont le rayonnement et le débit d'anche. Cette démarche est à rapprocher de l'utilisation d'une impédance d'entrée mesurée et sa paramétrisation en pics de résonance à des fins de simulations ou de synthèse sonore. Dans les deux cas, la caractérisation des résonances du résonateur vues depuis une section d'entrée peut être exploitée dans un code de simulation temporelle du couplage par écoulement entre un résonateur acoustique et un élément mécanique. Une réalisation d'un tel algorithme est disponible et fournit à la communauté un nouvel outil d'étude des oscillations dans les instruments à anche. D'un point de vue de la catégorisation des méthodes de synthèse, il se place à mi-chemin entre les descriptions bas-niveau de signaux audio et les synthèses par modèle physique (qui cherchent à tirer parti d'une modélisation très (trop ?) simplifiée des résonateurs) de par la formulation « boîte noire » du résonateur acoustique, c'est-à-dire juste en se basant sur les effets (les résonances) et non sur les causes qui leur ont donné naissance (parties propagatives, réflexions, jonctions, etc. . . ). Ceci permet une certaine souplesse dans la définition du système.

Dans un second temps, il s'agissait de voir l'influence du comportement dynamique de l'anche sur les conditions de mise en oscillation, plus précisément sur les seuils d'instabilités du régime statique. Le formalisme présenté permet de faire la jonction entre les travaux qui ne s'intéressent qu'aux impédances d'entrée des résonateurs, ceux qui considèrent en plus l'influence de l'excitateur (sous la forme de « modes linéaire » c'est-à-dire en prenant en compte la partie linéaire de la relation débit-pression) et ceux qui étudient la production des auto-oscillations d'une anche seule (le résonateur ayant plus ou moins un rôle de filtrage

entre l'intérieur et l'extérieur des instruments). Cette partie confirme que le phénomène de débit d'anche limite la validité des raisonnements fondés sur l'examen de l'impédance d'entrée seule. Le débit résultant du mouvement vibratoire de l'anche contribue à une déviation de la fréquence de l'oscillation émergente qui est d'autant plus forte que la note est aiguë. D'un point de vue des systèmes dynamiques, une notion importante est celle du seuil d'oscillation. Nous nous sommes ici intéressés aux seuils d'oscillations et nous avons montré que les manifestations de la dynamique d'anche contribuent sur la pression que le musicien doit établir dans sa bouche pour émettre un son, ce qui constitue le premier degré de l'évaluation de la jouabilité de l'instrument. Si cette pression dépend essentiellement de la qualité du résonateur dans les notes graves, la maîtrise de l'embouchure devient un paramètre sensible pour les notes aiguës. Un amortissement trop faible de l'anche a de grandes chances de donner naissance à une oscillation voisine d'une fréquence de résonance de l'anche. Il apparaît une notion de sélection du régime d'oscillation par l'élément mécanique. De manière surprenante au premier abord, le phénomène de débit d'anche atténue cette sélectivité de l'anche, car le comportement du résonateur évolue énormément en présence du débit d'anche, apparaissant dans une certaine bande de fréquence comme un tuyau ouvert/ouvert !

La confrontation expérimentale de cette théorie des seuils d'oscillation a servi de motivation à l'instrumentation d'une bouche artificielle adaptée à l'étude des instruments de musique à anche simple (ou plus spécifiquement des clarinettes, pour la réalisation matérielle actuelle). Elle a également fourni des éléments tangibles pour le cahier des charges de l'asservissement automatique de la pression dans la bouche. Du point de vue de l'automaticien qui doit dimensionner la boucle de régulation, l'ensemble bouche-clarinette peut être déconcertante par sa complexité. Tout d'abord, la cavité buccale renferme un volume qui doit être minimal pour diminuer les temps de réponse, mais maximal pour la précision (la bouche devant former une source idéale de pression qui doit être insensible au débit sortant). De plus, la charge de la bouche (le débit entrant dans l'instrument) a un comportement fortement non linéaire, son gain apparent ayant la particularité de changer de signe dans la zone sensible de la mise en oscillation. En dépit de toutes ces difficultés, le contrôle de la pression buccale est une réussite remarquable puisqu'une précision de l'ordre du pascal est atteinte en dépit des nombreuses perturbations et de la valeur moyenne de l'ordre de quelques kPa. Les conditions d'expérimentations ne nous ont pas laissé l'opportunité d'accéder de manière fiable à un certain nombre de paramètres des modèles utilisés dans la partie théorique. Ceci ne nous a pas permis de confronter théorie et mesures de seuils d'oscillation à l'heure actuelle.

En reprenant les conclusions dans l'ordre inverse, la perspective la plus concrète est d'améliorer l'instrumentation de la bouche artificielle en jouant à la fois sur l'électronique du capteur d'ouverture du canal d'anche mais aussi sur les traitements qui sont effectués en aval. Ceci permettrait d'extraire des informations quantitatives comme l'amortissement de l'anche et des candidats aux fréquences de résonance dans le cas de l'anche fortement amortie. L'amélioration du capteur optique sur la maquette contribue également à l'instrumentation d'un bec pouvant être joué par un musicien humain. Ceci donne accès aux profils de pression dans la bouche et de la pince en cours de jeu. Ces paramètres traduisent l'intention du musicien expérimenté et pourraient alors être utilisés dans le code de simulation temporelle afin d'améliorer le réalisme des attaques mais aussi notre expertise dans le contrôle du régime d'oscillation.

Le code Moreesc doit encore subir un certain nombre de vérifications pour pouvoir être validé. La comparaison avec la méthode d'équilibrage harmonique sur les régimes permanents oscillants est une première étape. Le cas de l'anche battante doit également être revisité. De plus, la mécanique des fluides indique un comportement non linéaire au niveau des trous latéraux qui est essentiel dans le mécanisme de saturation des auto-oscillations. Une réflexion

doit être mené pour intégrer au code Moreesc des non-linéarités distribuées ou locales ailleurs qu'à l'entrée. Une perspective qui ne demande aucun effort est la prise en compte du conduit vocal. Des travaux récents ont montré qu'il vient notamment en renfort du résonateur lorsque celui devient trop faible. Les musiciens apprennent à maîtriser la partie en amont des lèvres au cours de leur apprentissage. Une démarche similaire est d'ores et déjà en cours au LMA par l'utilisation de la technique des commandes répétitives qui converge vers une stratégie d'attaque optimale au sens du temps d'établissement des oscillations. Une comparaison avec un profil mesuré sur un flûtiste montre que cette technique aboutit à la solution qui est effectivement réalisée par le musicien.



# **Annexes**



## Annexe A

# Impédance de rayonnement

Ce chapitre présente l'article proposant des formules approchées d'impédance de rayonnement, intitulé **Approximation formulae for the acoustic radiation impedance of a cylindrical pipe** et publié dans le *Journal of Sound and Vibration*, dont les co-auteurs sont Philippe Guillemain, Jean Kergomard, Bastien Mallaroni du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique et Andrew Norris du département *Mechanical & Aerospace Engineering* de la *Rutgers University* [165].

Une traduction du résumé en langue française est fournie, les développements sont ceux publiés en anglais.

### A.1 Résumé

*Des approximations de l'impédance de rayonnement concernant les guides d'ondes circulaires à paroi fixe sans écran ou avec écran infini sont proposées. Ces formules vérifient des propriétés mathématiques élémentaires mais nécessaires d'un point de vue physique, à savoir la symétrie hermitienne qui assure la cohérence des comportements en notation harmonique complexe, ainsi que la causalité de la réponse temporelle. Dans le cas d'applications dans le domaine fréquentiel uniquement, nous proposons également une formule qui vérifiant pas la causalité de la réponse impulsionnelle mais qui aboutit à une précision accrue de la réponse fréquentielle et qui est formulée en termes de module du coefficient de réflexion et de correction de longueur. Ces approximations sont obtenues par ajustement analytique ou numérique sous contrainte sur des valeurs de référence calculés selon les résultats de Levine et Schwinger dans le cas d'un cylindre sans écran, et sur le calcul de Zorumski étendu par Mallaroni et coll. [126] quand le guide d'onde débouche sur un demi-espace.*

Useful approximation formulae for radiation impedance are given for the reflection coefficients of both infinitely flanged and unflanged rigid-walled cylindrical ducts. The expressions guarantee that simple but necessary physical and mathematical principles are met, like hermitian symmetry for the reflection coefficient (identical behaviour of positive and negative frequencies) and causality for the impulse response. A non causal but more accurate expression is also proposed that is suitable for frequency-domain applications. The formulae are obtained by analytical and numerical fitting to reference results from Levine & Schwinger [121] for the unflanged case and extracted from the radiation impedance matrix given by Zorumski [192] for the infinite flanged case.

## A.2 Introduction and results

The problem of the radiation acoustic impedance of the planar mode in a circular pipe with rigid walls (i.e. with homogeneous Neumann boundary condition) is a classical problem of acoustics. Various detailed calculations for both unflanged and infinitely flanged ducts have already been provided, see e.g. [121, 144, 9, 145]. In addition, experimental investigations with various flanges have been compared to theoretical and numerical results [56]. There is a need for approximated formulae, such as those given by [145, 57] or [36]. Unfortunately these formulae do not fulfil the conditions for a physically representative model, as for instance the hermitian property of the reflection coefficient (see e.g. [154]) :

$$\mathcal{R}(-\omega) = \mathcal{R}^*(\omega) \quad (\text{A.1})$$

where  $*$  means "complex conjugate of", or the causality of the impulse response of the reflection coefficient, obtained by inverse Fourier transform and denoted  $r(t) = \text{FT}^{-1}(\mathcal{R}(\omega))$ , also known as the reflection function. This is essential to ensure that the time domain signals are real causal quantities.

The aim of this short paper is to provide suitable approximate formulae based on accurate analytical or numerical fitting. Choosing the end of the bore as the reference plane and assuming a time dependence  $\exp(-j\omega t)$ , the principal results will be expressed in terms of the pressure reflection coefficient  $\mathcal{R}(\omega)$  :

$$\mathcal{R} = -|\mathcal{R}|e^{2jkL} = \frac{\mathcal{Z}_r - 1}{\mathcal{Z}_r + 1}. \quad (\text{A.2})$$

The dimensionless (i.e. divided by the characteristic impedance  $\rho c/\pi a^2$ ) radiation impedance  $\mathcal{Z}_r$  can then be expressed in terms of  $\mathcal{R}$  as follows :

$$\mathcal{Z}_r = \frac{1 + \mathcal{R}}{1 - \mathcal{R}} = -j \tan \left( kL - j\frac{1}{2} \ln |\mathcal{R}| \right). \quad (\text{A.3})$$

$k = \omega/c$  and  $L$  denote the acoustic wave number and the end correction due to radiation, respectively.

Section A.3 describes how reference values were calculated. The requirements are discussed in Section A.4. The approximate formulae are presented together with numerical results in Section A.5. Table A.1 summarises the various formulae in the frequency and time domains.

## A.3 Calculation of the reference values

### A.3.1 Unflanged case

Air vibrations in a rigid cylindrical pipe of negligible wall thickness and radius  $a$  propagate into free space through a circular sharp-edged opening. Nonlinear effects like shock wave, vortex shedding, or mean axial flow are not considered. Using the Wiener-Hopf technique, Levine & Schwinger [121] obtained an integral formulation of the reflection coefficient  $\mathcal{R}(ka)$  for the planar mode, for frequencies below the cutoff frequency of the first non planar axisymmetric mode. We performed numerical evaluations of Eq. (V.16) of Ref. [121] using the `quadv` function from `Matlab`. The values obtained were compared to the asymptotic approximations given by Eqs. (VII.1) and (VII.2) of Ref. [121], with a maximum deviation compatible with the value of 3% mentioned in that paper.

### A.3.2 Flanged case

The reflection coefficient for an infinitely flanged pipe has been calculated by Nomura *et coll.* [144] using Weber-Schafheitlin integrals and by Norris & Sheng [145] using modal expansion of the duct pressure field and a Green's function representation. The latter results in a modal sum for the planar mode reflection coefficient, each coefficient having a complex integral expression.

It is also possible to derive the radiation impedance for the planar mode from the radiation impedance matrix written as in Ref. [192], considering only the modes being symmetrical about the axis of the pipe. The pressure and the velocity fields at the end of the bore are expressed in terms of the duct modes :

$$P(\mathbf{r}, k) = \rho c^2 \sum_{n \geq 0} P_n \psi_n(\mathbf{r}, k) \quad \text{and} \quad V(\mathbf{r}, k) = c \sum_{n \geq 0} V_n \psi_n(\mathbf{r}, k), \quad (\text{A.4})$$

with  $\rho$  the mean air density, and  $c$  the sound velocity in the free space, respectively. The dimensionless coefficients  $P_n$  and  $V_n$  are linked by  $\mathbf{P} = \mathbf{ZV}$  with :

$$\mathbf{Z}_{n,m} = \frac{(jk)^3}{2\pi} \iint_{r,r'} \frac{e^{jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{2\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \psi_n(\mathbf{r}, k) \psi_m(\mathbf{r}', k) dS(\mathbf{r}) dS(\mathbf{r}') \quad \forall n, m \in [0, N], \quad (\text{A.5})$$

where the  $\psi_n(\mathbf{r})$  are the normalised Bessel basis functions in the duct as in Eq. (8) of Ref. [192] :

$$\psi_n(\mathbf{r}, k) = \frac{\sqrt{2}}{ka} \frac{J_0(j_n r/a)}{|J_0(j_n)|}, \quad (\text{A.6})$$

$j_n$  being the  $n$ th zero of the Bessel function  $J_1$ . Computation of the impedance matrix has been performed using Eq. (24) of Ref. [192], giving results equal to the ones given by formulation given by Eq. (13) of Ref. [145].

The vectors  $\mathbf{P}$  and  $\mathbf{V}$  and the matrix  $\mathbf{Z}$  are then decomposed into blocks, separating planar and non-planar evanescent components of the pressure and the flow fields :

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ \mathbf{P}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{00} & \mathbf{z}^T \\ \mathbf{z} & \mathbf{Z}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ \mathbf{V}' \end{bmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

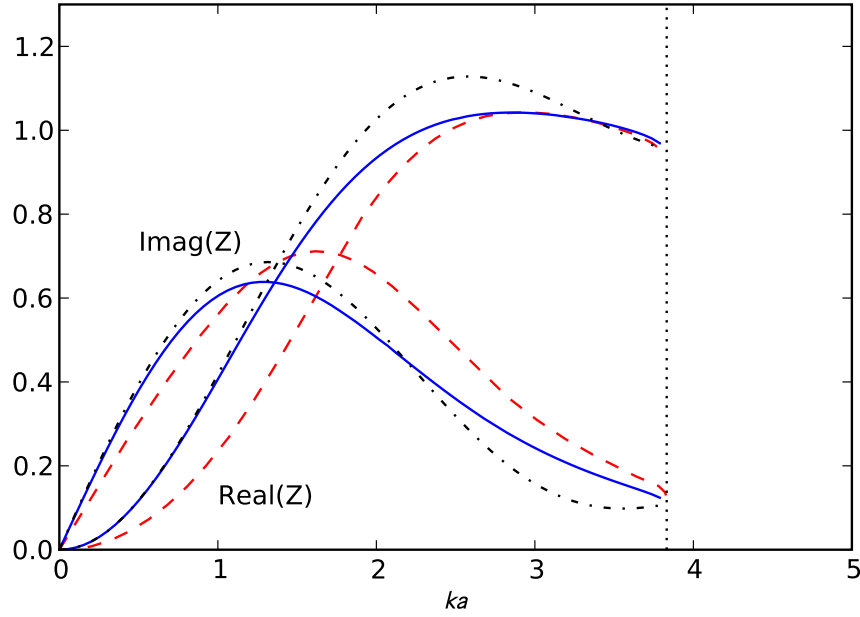
where  $z_{00}$  is the dimensionless radiation impedance of a circular piston and  $\mathbf{z}$  gives the coefficients of the higher-order modes for an incident plane velocity field  $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = V_0$ . Provided that the non-planar modes do not propagate, i.e.  $ka < j_1 \simeq 3.832$ , and that the upstream bore is sufficiently long so that the evanescent modes do not meet a reflective obstacle in the duct, the following relation links the non-planar components :

$$\mathbf{P}' = -\mathbf{Z}'_c \mathbf{V}' \quad (\text{A.8})$$

where  $\mathbf{Z}'_c$  is the diagonal matrix of the dimensionless characteristic impedances  $\mathbf{Z}'_{c,n} = k/k_n$ , with  $k_n a = j\sqrt{j_n^2 - (ka)^2}$  the wave number of evanescent modes. Eventually, planar components of pressure and flow are such that :

$$P_0 = z_{00} V_0 + \mathbf{z}^T \mathbf{V}' = (z_{00} - \mathbf{z}^T (\mathbf{Z}' + \mathbf{Z}'_c)^{-1} \mathbf{z}) V_0 = \mathcal{Z}_r V_0 \quad (\text{A.9})$$

this expression showing the influence of evanescent non-planar modes present at the opening on the effective plane radiation impedance. The reflection coefficient for the planar mode is then obtained by means of Eq. (A.2). Fig. A.1 shows the effects of the flange (dashed vs solid lines) and of the production of higher components at the end of the bore (solid vs dash-dotted lines).



**Figure A.1** – Real and imaginary parts of the radiation impedances of the circular piston set in an infinite plane baffle ( $z_{00}$ , dash-dotted curves) and of the planar mode of a cylinder in the flanged ( $Z_r$ , solid curves) and unflanged cases (dashed lines).

The numerical method described here has been compared to the first coefficient  $R_{000}$  of the generalised reflection coefficient given by Zorumski (Eq. (32) of Ref. [192]) and to the method given by Norris (Eqs.(11) and (14) of Ref. [145]) where the  $\alpha_{nm}$  coefficients can be deduced from the radiation impedance matrix. Results are in very good agreement, with relative error less than  $10^{-6}$ . Convergence of the calculations with respect to the number of higher order modes taken into account appeared to be significant for 10 modes. Matrix calculations were done using LAPACK [8], a standard linear algebra library.

## A.4 Model requirements

Norris & Sheng (see Eq. (27) of Ref. [145]) attempted to provide simple accurate formulae for  $|\mathcal{R}|$  with a rational function. But a non negligible drawback of these formulae (and of other low-frequency approximations, see e.g. [57, 36]) is that they are not hermitian, i.e. the property  $\mathcal{R}(-\omega) = \mathcal{R}(\omega)^*$  is not satisfied, and cannot be used for both positive and negative frequency domains. Another point is that it was not possible to estimate a time-domain reflection function  $r(t)$  because the approximated formulae were not applicable for higher frequencies (the expression for the modulus  $|\mathcal{R}(\omega)|$  become negative when  $\omega$  increases). In this section the complete set of requirements on  $\mathcal{R}(\omega)$  is addressed.

### A.4.1 Low frequency behaviour of the reflection coefficient

The first requirement on the reflection coefficient is satisfaction of the following asymptotic forms in the low frequency domain :

$$|\mathcal{R}|(\omega \rightarrow 0) = 1 - \beta(ka)^2 + o(ka)^2 \text{ with } \beta = \begin{cases} 1/2 & \text{for the unflanged case,} \\ 1 & \text{for the flanged case,} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

using the *little-o notation*. In the case of the baffled circular piston, the truncated part of the expansion is known to grow as  $(ka)^4$ , but is more complicated in the unflanged case. Concerning the length correction as defined in Eq. (A.2), it becomes :

$$\frac{L}{a}(\omega \rightarrow 0) = \eta = \begin{cases} 0.6133 & \text{for the unflanged case,} \\ 0.8216 & \text{for the flanged case,} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

these static values being the ones given in [121] and [145].

### A.4.2 Impulse response

In order to enable the use of a time-domain reflection function, the condition for inverse Fourier transform existence has to be fulfilled. First of all,  $|\mathcal{R}(\omega)|$  has to tend to zero at high frequencies. The impulse response  $r(t)$  must also be a real quantity, which is guaranteed by the hermitian property in the frequency-domain (see e.g. Eq. A.1).

Another physics-driven requirement is that the impulse response should be causal. The Kramers-Kronig relations [133] provide a means to express this requirement in the frequency-domain. Another method is to study the placement of the poles of the reflection coefficient. Using the time dependence  $\exp(-j\omega t)$ , the poles have to be located in the complex half-plane  $\text{Im}(\omega) < 0$  (see e.g. [154], with the opposite time dependence convention); otherwise anticausal components appear in the inverse Fourier transform. However, it is not possible to calculate a time-domain impulse response based on the equations described in the previous section as this computation requires the knowledge of  $\mathcal{R}(\omega)$  on the full frequency range. As a practical alternative, we aim to provide approximations having an extended domain of validity in both frequency and time.

We notice that if the reflection coefficient is causal, the input impedance is causal as well, because the modulus of  $\mathcal{R}(\omega)$  is less than unity. Expanding  $(1 - \mathcal{R})^{-1}$  in Eq. (A.3) in the form of  $1 + \mathcal{R} + \mathcal{R}^2 + \dots$ , the inverse Fourier transform of  $\mathcal{Z}_r$  is expressed as an infinite series of terms involving convolution products of causal functions, thus the result is a causal function. A physical interpretation in terms of successive reflections is classical. This reasoning can not be done in a reciprocal manner using Eq. (A.2), since the modulus of the dimensionless impedance can be large.

## A.5 Approximate formulae and results

Two models are presented in this section. Both models satisfy the requirements mentioned in Section A.4 : they are causal in the time domain and satisfy the hermitian property and the desired low-frequency behaviour in the frequency domain. In particular they both result in very similar accuracy in the frequency domain below the cutoff frequency  $ka = j_1$ . The main difference is in the high-frequency behaviour which results in different smoothness properties at  $t = 0$ .

### A.5.1 Model $(\nu, \alpha)$

The impulse response is modelled by the following expression :

$$r(t) = -A \left( \frac{ct}{a} \right)^\nu \exp \left( -\alpha \frac{ct}{a} \right) \text{ for } t > 0, 0 \text{ otherwise.} \quad (\text{A.12})$$

This definition ensures causality and hermitian symmetry (with real  $\alpha$  and  $\nu$ ). Its frequency domain representation (with the convention  $\exp -j\omega t$ ) is given by :

$$\mathcal{R}(\omega) = -\frac{Aa\Gamma(\nu+1)}{c\alpha^{\nu+1}} \left( 1 - \frac{jka}{\alpha} \right)^{-(\nu+1)}. \quad (\text{A.13})$$

The adjustment of the low-frequency behaviour allows the determination of the parameters  $A$ ,  $\nu$  and  $\alpha$  :

$$A = \frac{c\alpha^{\nu+1}}{a\Gamma(\nu+1)}, \quad \alpha = \frac{\eta}{\beta} \quad \text{and} \quad \nu+1 = \frac{2\eta^2}{\beta} \quad (\text{A.14})$$

The value of  $A$  leads to the following expression :

$$\mathcal{R}(\omega) = - \left( 1 - \frac{jka}{\alpha} \right)^{-(\nu+1)}. \quad (\text{A.15})$$

Numerical values of the parameters are given in Table A.1 and frequency and time responses are displayed in Fig. A.2 showing good agreement in frequency domain up to  $ka = 2$  and monotonic decrease above. The time-domain reflection function as defined by Eq. (A.12) is causal, as expected.

### A.5.2 Low order Padé approximant

In order to permit analytical simplicity and possible calculations in the frequency domain, it is convenient to assume that the coefficient reflection depends on integers powers of frequency. That is not the case for the model  $(\nu, \alpha)$  which has a non-integer exponent  $\nu$ .

A rational function approximation of the form :

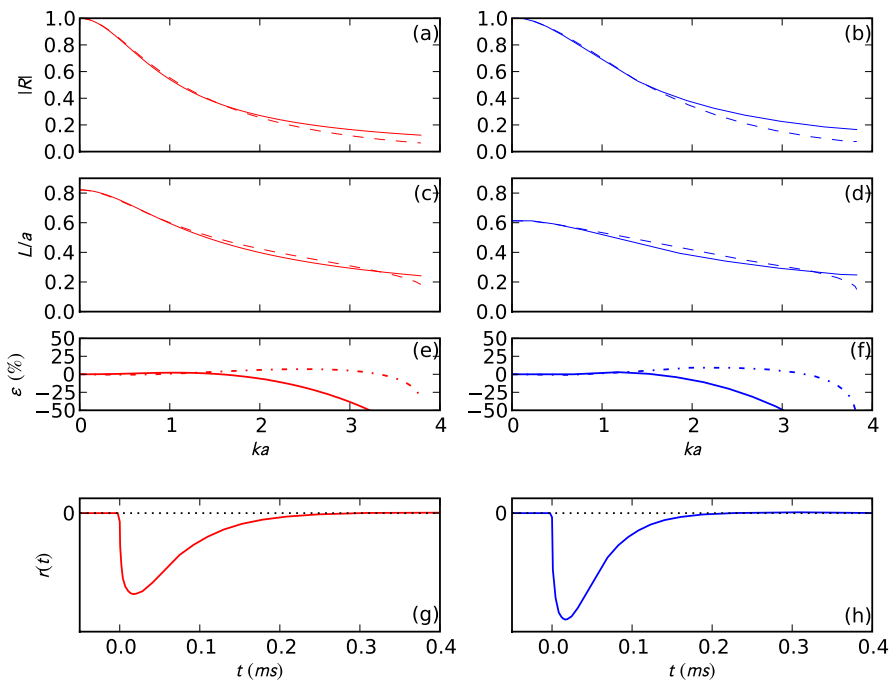
$$\mathcal{R}(\omega) = -\frac{1 - n_1 jka}{1 - d_1 jka + d_2 (jka)^2} \quad (\text{A.16})$$

has been fitted to reference values. Low-frequency behaviour constrains the parameters  $n_1$ ,  $d_1$  and  $d_2$  according to the following relations :

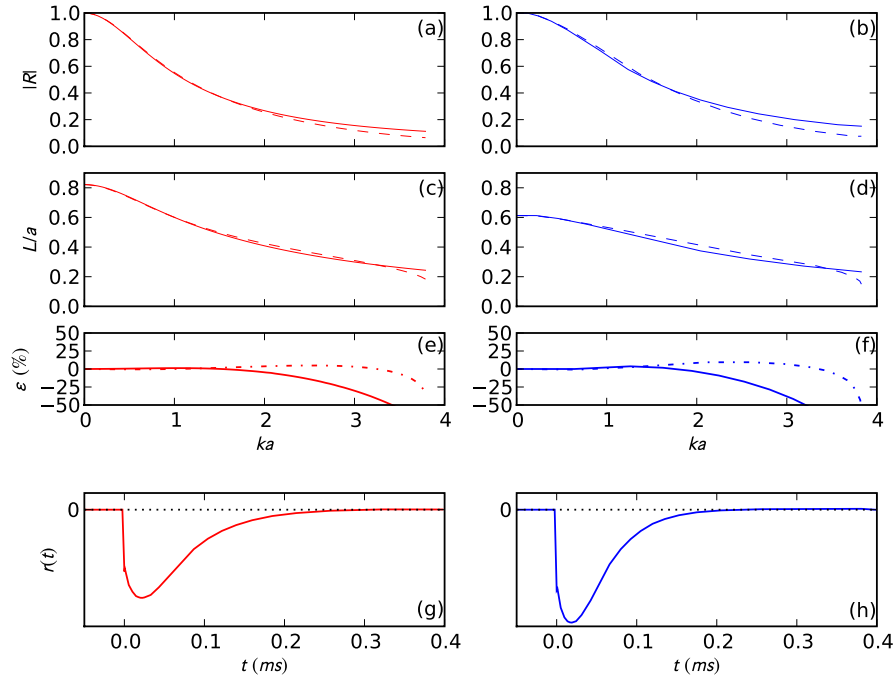
$$d_1 - n_1 = 2\eta, \quad \text{and} \quad d_1^2 - n_1^2 - 2d_2 = 2\beta, \quad (\text{A.17})$$

so that a one-dimensional fitting is done using a Nelder-Mead simplex algorithm to minimise the error between the complex evaluations of the reference and the model.  $N = 75$  values of  $\mathcal{R}(ka)$  were computed for regularly spaced values of  $ka$  between 0 and  $j_1$  (the cutoff value for the first axisymmetric non planar mode). Numerical values obtained by constrained optimisation (requiring causality or, equivalently, that no pole lie in  $\text{Im}(\omega) > 0$ ) are given in Table A.1.

In the same manner as for the previous model, frequency and time responses are shown in Fig. A.3.  $\mathcal{R}(\omega)$  seems almost as well adjusted to the reference values as the model  $(\nu, \alpha)$



**Figure A.2** – Comparison in frequency domain of the references (dashed lines) and model  $(\nu, \alpha)$  of Eqs. (A.12) through (A.15) (in solid lines) for the unflanged (left column) and infinitely flanged (right column) cases. (a,b) : modulus  $|\mathcal{R}(ka)|$  of the reflection coefficient (approximation errors in solid lines in (e,f)). (c,d) : dimensionless length correction  $L/a$  (approximation errors in dash-dotted lines in (e,f)). (g,h) : example of the reflection function ( $a = 7\text{ mm}$ ).



**Figure A.3** – Comparison in frequency domain of the references (dashed lines) and model (1,2) of Eqs. (A.16) through (A.20) (in solid lines) for the unflanged (left column) and infinitely flanged (right column) cases. (a,b) : modulus  $|\mathcal{R}(ka)|$  of the reflection coefficient (approximation errors in solid lines in (e,f)). (c,d) : dimensionless length correction  $L/a$  (approximation errors in dash-dotted lines in (e,f)). (g,h) : example of the reflection function ( $a = 7\text{mm}$ ).

but, unlike that model, the impulse response  $r(t)$  now shows an instantaneous initial step at  $t = 0$  :

$$r(t > 0) = \frac{c}{ad_2(\gamma_1 - \gamma_2)} \left( (n_1\gamma_2 - 1)e^{-\gamma_2 \frac{ct}{a}} - (n_1\gamma_1 - 1)e^{-\gamma_1 \frac{ct}{a}} \right), \quad (\text{A.18})$$

where

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{2d_2} \left( d_1 \pm \sqrt{d_1^2 - 4d_2} \right). \quad (\text{A.19})$$

The radiation impedance  $\mathcal{Z}_r$  is given by the following expression :

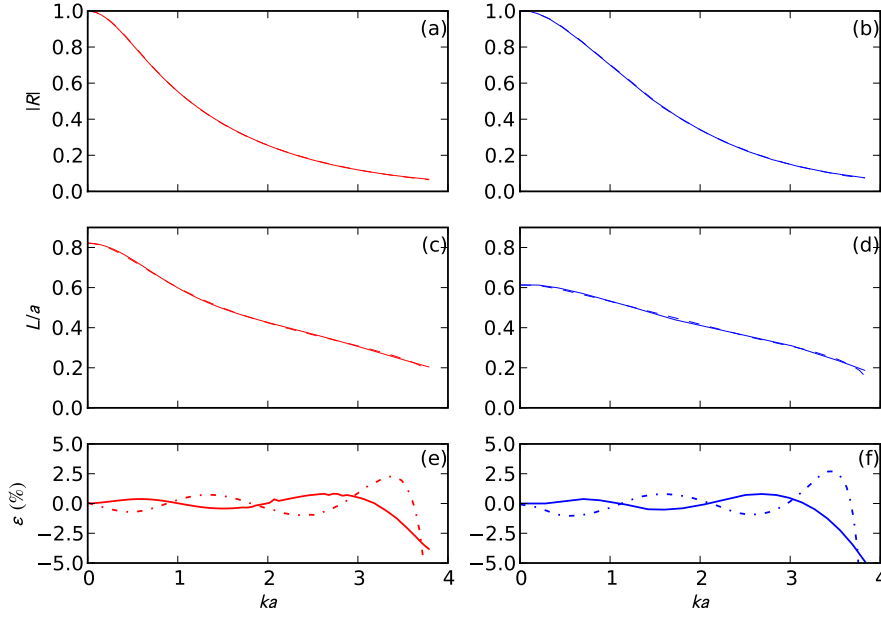
$$\mathcal{Z}_r(\omega) = \frac{(d_1 - n_1)jka - d_2(jka)^2}{2 - (d_1 + n_1)jka + d_2(jka)^2} \quad (\text{A.20})$$

similar to the one suggested by Doutaut & Chaigne [64], where the coefficients were obtained by numerical fitting on the approximated radiation impedance given by Caussé *et coll.* [36].

## A.6 Relaxing the causality constraint

The formulae given previously may appear somewhat inaccurate especially as the cutoff frequency of the first higher order mode is approached. However, it should be kept in mind that





**Figure A.4** – Comparison in frequency domain of the references (dashed lines) and the non causal model of Eqs. (A.21) and (A.22) (in solid lines) for the unflanged (left column) and infinitely flanged (right column) cases. (a,b) : modulus  $|\mathcal{R}(ka)|$  of the reflection coefficient (approximation errors in solid lines in (e,f)). (c,d) : dimensionless length correction  $L/a$  (approximation errors in dash-dotted lines in (e,f)).

they are intended to simultaneously approximate the low frequency behaviour of the reflection coefficient, satisfy the hermitian property, and produce a causal physical response. With all these constraints being satisfied, the relative errors on the modulus and the length correction are less than 8% for  $ka \leq 2$ . For applications where the time-domain response is not a critical criteria, relaxation of the causality constraint may lead to improved approximations.

We find that modelling  $|\mathcal{R}(ka)|$  and  $L(ka)/a$  with Padé approximants of order (2,6) provides the more accurate approximations with the following expressions :

$$|\mathcal{R}| = \frac{1 + a_1(ka)^2}{1 + (\beta + a_1)(ka)^2 + a_2(ka)^4 + a_3(ka)^6}, \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{L}{a} = \eta \frac{1 + b_1(ka)^2}{1 + b_2(ka)^2 + b_3(ka)^4 + b_4(ka)^6}, \quad (\text{A.22})$$

and the numerical values given in Table A.1. These formulae fulfil all of the requirements except the causality principle, and approximation errors for the modulus and the length correction are less than 2% for  $ka < 3$  for both unflanged and infinitely flanged cases as shown in Fig. A.4. Combining formulae (A.21) and (A.22) into Eq. (A.3) allows the computation of the acoustic radiation impedance.

Model	Unflanged case $\beta = 1/2, \eta = 0.6133$	Flanged case $\beta = 1, \eta = 0.8216$
$\mathcal{R}(\omega) = - \left(1 - \frac{jka}{\alpha}\right)^{-(\nu+1)}$ $r(t) = -A \left(\frac{ct}{a}\right)^\nu \exp(-\alpha \frac{ct}{a})$	$\alpha = 1.2266$ $\nu = 0.504$ $A = 1.534 \frac{c}{a}$	$\alpha = 0.8216$ $\nu = 0.350$ $A = 0.861 \frac{c}{a}$
$\mathcal{R}(\omega) = - \frac{1 - n_1 jka}{1 - d_1 jka + d_2 (jka)^2}$	$n_1 = 0.167$ $d_1 = 1.393,$ $d_2 = 0.457$	$n_1 = 0.182$ $d_1 = 1.825,$ $d_2 = 0.649$
$ \mathcal{R}  = \frac{1 + a_1 (ka)^2}{1 + (\beta + a_1)(ka)^2 + a_2 (ka)^4 + a_3 (ka)^6},$ $\frac{L}{a} = \eta \frac{1 + b_1 (ka)^2}{1 + b_2 (ka)^2 + b_3 (ka)^4 + b_4 (ka)^6},$ non causal	$a_1 = 0.800$ $a_2 = 0.266$ $a_3 = 0.0263$ $b_1 = 0.0599$ $b_2 = 0.238$ $b_3 = -0.0153$ $b_4 = 0.00150$	$a_1 = 0.730$ $a_2 = 0.372$ $a_3 = 0.0231$ $b_1 = 0.244$ $b_2 = 0.723$ $b_3 = -0.0198$ $b_4 = 0.00366$

**Table A.1** – This table summarises the results for the approximate radiation models corresponding to time dependency  $\exp(-j\omega t)$ . For the opposite convention  $\exp(+j\omega t)$ , complex conjugation of the expressions is needed.

## A.7 Conclusion

Practical approximation formulae of the acoustic radiation impedance of tubes are required for a variety of applications in acoustics. The necessity for such useful formulae is illustrated, in part, by the list of references cited here, which is long but certainly not exhaustive. The present results attempt to satisfy all the criteria required of the realistic physical system, such as causality, hermitian response and faithful low frequency behaviour. We therefore believe that the present contribution can be useful for calculations in the both time and frequency domains. Practical applications include, for instance, measurements in duct acoustics, musical acoustics, or loudspeakers enclosures where mean flow is absent or very slow.

Difficulty remains for the digital (sampled time) domain. In fact, the approximate formulae provided in this paper are all expressed in terms of the variable  $ka$ . A digital filter modelling the radiation at the end of a cylindrical duct has to be written as a function of the  $z = \exp j\omega T_e$  variable (in the  $T_e$ -sampled time domain) and the coefficient of the filter are then dependent on the radius  $a$ . This could present difficulties if one wants to obtain approximation formulae suitable for the digital domain.

Despite such remaining technical issues, the calibrated formulae summarised in Table A.1 offer the acoustician practical and useful formulae for realistic applications. The numerical results of the calculations described in Section A.3 are available at the following url :

<http://www.lma.cnrs-mrs.fr/~PIM/DATA/>.

## Annexe B

# Seuils d'oscillation pour une anche en-dehors couplée à un résonateur

Ces travaux ont été présentés sous le titre **Oscillation thresholds for "striking outwards" reeds coupled to a resonator** lors de l'*International Symposium of Musical Acoustics* à Barcelona en 2007, et est cosigné par Jean Kergomard et Christophe Vergez, du LMA.

Une traduction du résumé en langue française est fournie, les développements sont ceux publiés en anglais.

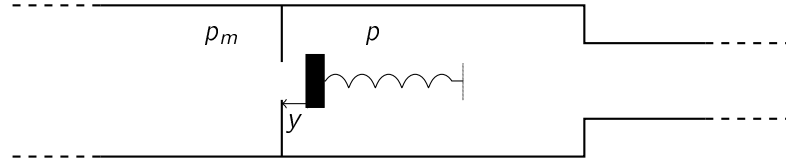
### B.1 Résumé

*Nous considérons ici les cas d'une anche en-dehors couplée à un résonateur acoustique. Cette expression, que l'on doit à Helmholtz [186], désigne une valve, par exemple les lèvres, qui s'ouvre quand la pression amont augmente, avec une modélisation à un degré de liberté. Les présents travaux s'inscrivent dans le prolongement de ceux de Wilson & Beavers [190] et Tarnopolsky et coll. [172]. Nous étudions la gamme de fréquences accessibles, avec tout d'abord des résultats analytiques. Quand le résonateur est peu dissipatif, seule une gamme de fréquence comprise entre la fréquence de résonance des lèvres prise en compte et sa sixte (musicale) est possible. En pratique, la croissance des pressions de seuils aux bornes de cet intervalle contribue à un intervalle plus restreint, en accord avec les résultats de Cullen et coll. [47]. Le minimum de seuil est estimé, et se révèle fortement corrélé au facteur de qualité des lèvres. Des résultats numériques confirment ces développements, et sont comparés à la littérature.*

### B.2 Introduction

In an important paper Wilson & Beavers [190] studied the oscillation thresholds for a clarinet-type reed exciting a cylindrical duct, using both theory and experiment. They especially showed that the control of oscillations with a playing frequency close to the a duct resonance requires a sufficient damping of the reed. Moreover they showed that the playing frequency is always smaller than the first reed resonance. More recently, studies have been published concerning a more general class of reeds, with a similar theory and new experimental results [172, 47].

In the present paper we will apply the method of Wilson and Beavers to the case of a *striking outward* reed, and exhibit major differences with a *striking inward* one. This kind of reed corresponds to the most common model of a lip-type valve, when the valve is assumed



**Figure B.1** – Schematic representation of a striking outwards reed (after [76])

to be a one degree of freedom oscillator (for a discussion, see e.g. [47]). Our goal is to derive approximate expressions, exhibiting some basic properties of such reed-tube system. We first present the model, then the characteristic equation to be solved, finally analytical and numerical results.

### B.3 Modelling a striking outwards reed

The model we use is very classical, and extremely simplified. A one degree of freedom oscillator is submitted to pressure forces : a pressure  $p_m$  in the mouth, assumed to be constant, and an acoustic pressure  $p$  at the input of a resonator. This is described by the following equation :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + q_r \omega_r \frac{dy}{dt} + \omega_r^2 y = \frac{p_m - p}{\mu}. \quad (\text{B.1})$$

where  $y(t)$  is the reed displacement,  $q_r$  the damping parameter,  $\omega_r$  the angular eigenfrequency, and  $\mu$  the mass per unit length of the reed. For a lip-reed, the displacement has a vertical component, therefore the behaviour is much more complicated than this of the spring shown in Fig. B.1. Nevertheless we assume the model to be valid. We emphasise that in static regime, if the pressure  $p$  is zero, the pressure  $p_m$  needs to be negative for the reed to be closed. Following [190] (see also [112]), we chose to use dimensionless variables. The origin for  $y(t)$  being the position when  $p_m = p = 0$ , we define  $-H$  as the position and  $-p_M$  as the pressure for which the reed is closed,  $H$  and  $p_M$  being positive quantities :

$$p_M = \mu \omega_r^2 H. \quad (\text{B.2})$$

Writing  $\gamma = p_m/p_M$ ,  $x = y/H - \gamma$  and replacing  $p/p_M$  by  $p$ , Eq. (B.1) becomes :

$$\frac{1}{\omega_r^2} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{q_r}{\omega_r} \frac{dx}{dt} + x = -p. \quad (\text{B.3})$$

The following equation is nonlinear : it is the Bernoulli equation, written with certain hypotheses, relating the volume velocity to the opening area of the reed and the pressure difference. We write it directly using dimensionless variables and parameters :

$$u = \zeta (1 + x + \gamma) \sqrt{\gamma - p} \quad (\text{B.4})$$

where  $\zeta$  is related to both the reed opening and stiffness :  $\zeta = Z_c W \sqrt{2/(\rho p_M)}$ .  $WH$  is the reed opening at rest,  $Z_c = \rho c/S$  the characteristic impedance of the tube.  $u$  is the volume velocity multiplied by  $Z_c/p_M$ . These equations are in accordance with the equations given by Wilson and Beavers, but two signs have to be changed, in order to consider an outwards

instead of an inwards reed. Finally, the last equation gives the input admittance of the tube, written in the frequency domain (we use capital letters for variables in the frequency domain) :

$$U(\omega) = Y(\omega)P(\omega). \quad (\text{B.5})$$

Equations (B.3) to (B.5) give the complete model. In order to get the characteristic equation, we need to rewrite (B.3) in the frequency domain, and to linearize Eq. (B.4) :

$$X(\omega) = -D(\omega)P(\omega) \text{ where } D(\omega)^{-1} = 1 + jq_r \frac{\omega}{\omega_r} - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \quad (\text{B.6})$$

$$u = \zeta \sqrt{\gamma} (1 + \gamma) \left( 1 + \frac{x}{1 + \gamma} - \frac{p}{2\gamma} \right). \quad (\text{B.7})$$

## B.4 Characteristic equation

Subtracting the d.c. component of (B.7), and using Eqs. (B.5) and (B.6) leads to the characteristic equation :

$$Y(\omega) = \zeta \sqrt{\gamma} \left( -D(\omega) - \frac{1 + \gamma}{2\gamma} \right). \quad (\text{B.8})$$

It can be compared to the equation for the case of an inwards reed :

$$Y(\omega) = \zeta \sqrt{\gamma} \left( D(\omega) - \frac{1 - \gamma}{2\gamma} \right). \quad (\text{B.9})$$

The latter equation is in accordance with [190]. In both cases the volume velocity due to the reed movement is ignored (see [114]). The characteristic equation can be solved for a given set of parameters, searching for a complex frequency. This has been done numerically, and the instability threshold of the static regime can be deduced as follows : when the imaginary parts of all solutions but one are positive, all solutions but one are exponentially decreasing, and the instability threshold corresponds to one real frequency, obtained when one parameter varies  $\zeta$ ,  $\gamma$ ,  $\omega_r$ , etc. . . We do not discuss here the method for solving such equations, and give in the last section some examples of results.

We notice that the instability threshold of the static regime is not always the oscillation threshold : it is true only for direct bifurcation (see e.g. [86]). This question is important, because for an inverse bifurcation, the pressure threshold can be slightly different, but hopefully the playing frequency does not vary too much with the parameters such as the blowing pressure  $\gamma$ . This question remains to be investigated.

## B.5 Analytical approximation

Solving Eq. (B.8) for real frequency gives the instability thresholds, as done by Wilson & Beavers [190]. In order to get some basic results, we first ignore the losses in the resonator, so that  $Y(\omega)$  is purely imaginary. Eq. (B.8) is split into two equations, written for the particular case of a cylindrical tube :

$$\gamma = -\frac{\eta}{2 + \eta}, \quad \cot \theta k_r L = -\frac{\zeta \sqrt{\gamma} q_r \theta}{\eta(1 - \theta^2)} \text{ where } \eta = 1 - \theta^2 + \frac{q_r^2 \theta^2}{1 - \theta^2}. \quad (\text{B.10})$$

$L$  is the length of the resonator,  $k_r = \omega_r / c$ , and  $\theta = \omega / \omega_r$ . For a given resonator length, the two equations can be solved for the two unknowns, the mouth pressure  $\gamma$  and the playing

frequency  $\theta$ , at the threshold. The parameter  $\gamma$  can be eliminated from these equations, and the following equation is obtained for  $\theta$  :

$$\Im(Y(\theta)) = \frac{\zeta q_r \theta}{\sqrt{(1-\theta)^2 + (q_r \theta)^2} \sqrt{(1-\theta)(3-\theta^2) + (q_r \theta)^2}}. \quad (\text{B.11})$$

The last quantity in bracket, in order for the square root to be real, needs to be positive. As a consequence, the playing frequency lies within the range  $\Theta_1 < \theta < \Theta_2$  where

$$\Theta_1 \simeq 1 + \frac{q_r^2}{4} \text{ and } \Theta_2 \simeq \sqrt{3} \left(1 - \frac{q_r^2}{4}\right). \quad (\text{B.12})$$

This important result shows, thanks to this simple model, that for a given reed eigenfrequency, the maximum range for the playing frequency is less than one musical sixth. Is it very different for the case of an inwards reed, for which the range lies between 0 and the reed frequency. There is no *duality* between the two kinds of reed. Moreover, in practice, the interval is shortened because the possibility to get a sound depends on the value of the pressure threshold for a given set of parameters. We notice that the existence of square roots in Eq. (B.11) is related to the Bernoulli equation.

Concerning the pressure threshold, taking now resonator losses into account, it can be shown to depend on both reed damping and tube losses, but the minimum of the threshold when the length of the resonator varies depends mainly on reed damping. This can be seen on the following equation :

$$\gamma_{\min} \simeq \gamma_0 \left(1 + 2 \frac{Y_n \sqrt{\gamma_0}}{\zeta}\right) \text{ where } \gamma_0 \simeq q_r \left(1 + \frac{3q_r}{2}\right). \quad (\text{B.13})$$

$Y_n$  is a minimum (real) value of the input (reduced) admittance of the resonator for agiven mode (index  $n$ ). As a consequence, losses in the tube can increase significantly the minimum of pressure threshold, especially when the parameter  $\zeta$  is small. We do not give here neither the derivation of Eq. (B.13) nor all the analytical results.

## B.6 Numerical results

In what follows, we consider a resonator with a single mode and losses, i.e. with the following expression for the input admittance :

$$Y = Y_n \left(1 + jQ_n \left(\frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega}\right)\right). \quad (\text{B.14})$$

Solving Eq. (B.8) by searching for complex frequencies, we are able to get results for various values of the parameters. Figure B.2a shows an example of result for the frequency and pressure thresholds, with respect to the ratio  $\omega_r/\omega_n = \theta_n^{-1}$ . When the length or the resonator increases ( $\omega_r$  decreases), the threshold frequency decreases to  $\Theta_1$ , close to unity (see Eq. (B.12)), while when the length decreases, the threshold frequency increases to  $\Theta_2$ , close to 3, and cannot be larger because the threshold pressure tends to infinity. For the chosen values of parameters  $q_r$  and  $\zeta$ , the practical range of possible resonator eigenfrequencies is very narrow, and the minimum value of the threshold pressure lies just above  $q_r$ . The influence of the losses in the resonator ( $Z_n = 1/Y_n$ ) is very small because parameter  $\zeta$  is not very small.

Figure B.2b shows the same quantities for the case of an striking inwards reed, with the same values of the parameters. For large length of the resonator, the threshold frequency

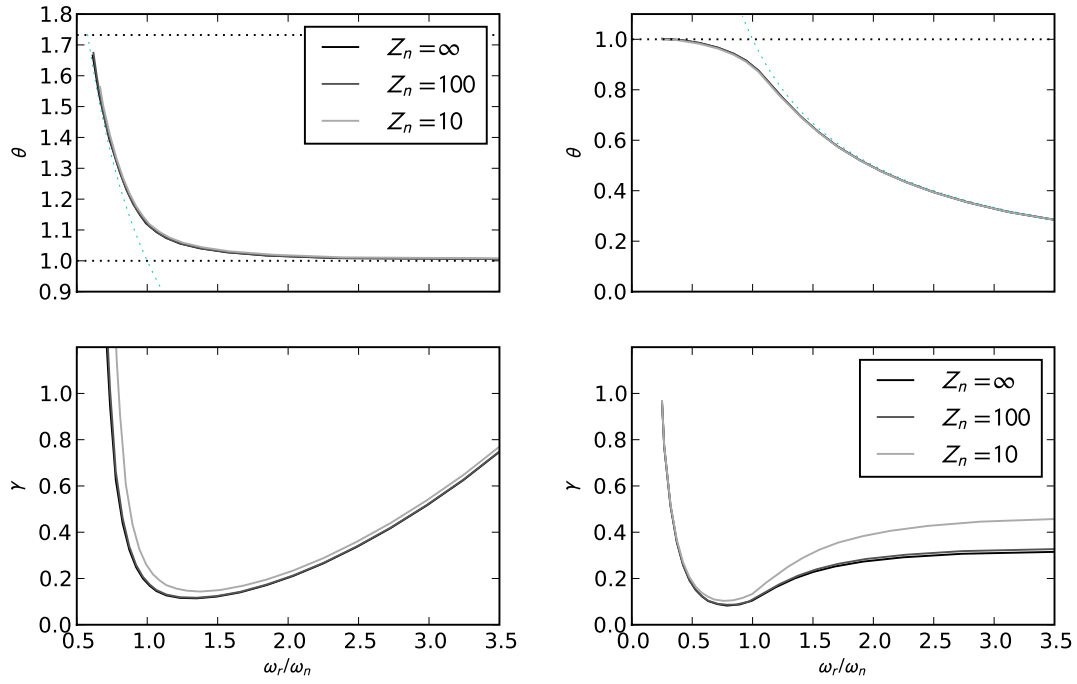
reaches the resonator frequency, the curve becoming hyperbolic, and the pressure threshold tends to a value above  $1/3$ , depending on the losses in the resonator. These properties are well known. For small resonator length, the threshold frequency tends to the reed frequency, but cannot become larger, because the reed becomes beating ( $\gamma > 1$ ). A similar behaviour should be found for the outwards case if negative blowing pressures were considered. Finally the minimum pressure threshold lies just below  $q_r$  : one can show that  $\gamma_0 \simeq q_r(1 - 3q_r/2)$ . It is smaller than the value for the outwards case. This comparison between the outwards and inwards cases are in qualitative accordance with the work by Cullen *et coll.* [47].

Returning to the outwards case, Figure B.3 shows the effect of reed damping, which can be compared to the inwards case (see [190]) : in both cases weak damping makes easier the oscillation near the minimum value of the threshold pressure, and leads to a threshold frequency closer to the reed frequency.

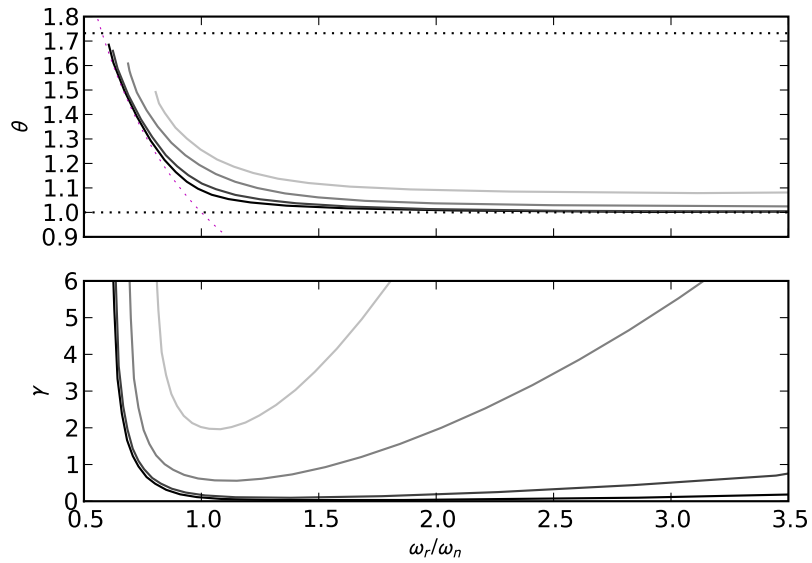
Figures B.2 to B.3 show results in a similar form than these of Wilson and Beavers. Figure B.4 shows results in another form for the case of a cylindrical tube with a fixed length  $L$  and varying reed frequency. The effect of the different modes of the resonator can be observed : using the ability to change his lips resonance frequency, the player can keep in tune by bending upward or downward the playing frequency. There are limitations to this action : first, as it can be seen on the upper curve, there exist frequency gaps, i.e. frequencies ranges that cannot be reached without varying the bore length. Then, especially at low frequencies for some values of  $\omega_r$ , the oscillation threshold is very high, so that a brass player is not able to produce such mouth pressure. Finally, in the higher register, the sensitiveness of playing frequency to lip resonance frequency decreases. Tuning by means of the lips only is more difficult in higher registers than in lower ones, this result corresponding to the feeling of a brass player.

## B.7 Conclusion

The present work is based upon previous works, without any novelty concerning the model. What is new is probably the possibility to get analytical results, allowing to understand some essential features, such as the values of the minimum threshold pressures, and the maximum possible value of the threshold frequency compared to the reed eigenfrequency. Further work needs to examine the nature of the bifurcation, using the first harmonic approximation, or better, the small oscillation approach [86].

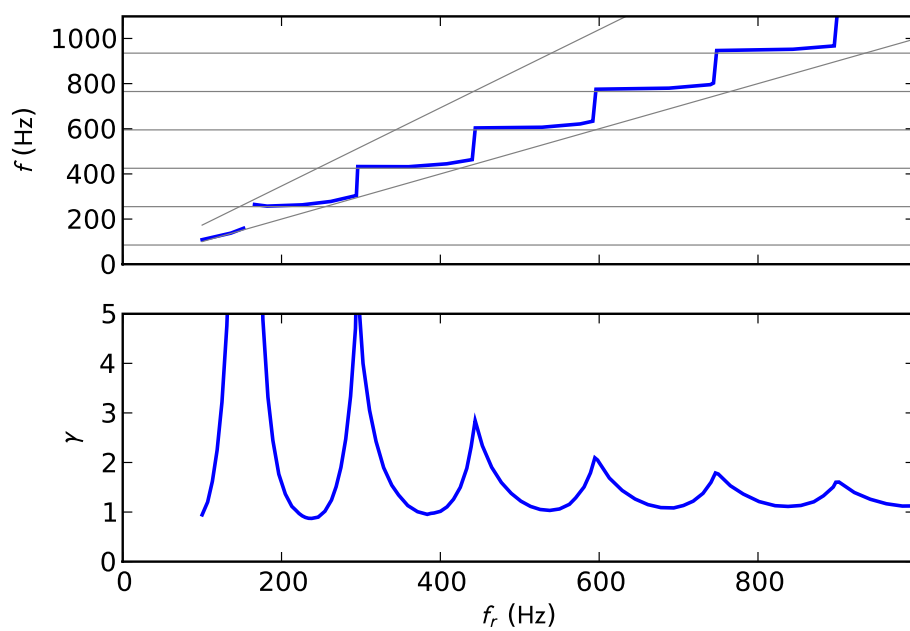


**Figure B.2** – Results for  $f_r = 440$  Hz,  $q_r = 0.100$ ,  $\zeta = 0.3$ , and different values of the impedance peak of the resonator. The abscissa is the ratio of the reed frequency to the resonator frequency. The upper and lower curves represent the ratio of the threshold frequency to the reed frequency, and the threshold pressure, respectively. On the left side, the outwards case, on the right side the inwards one.



**Figure B.3** – Results for  $f_r = 440$  Hz,  $Z_n = 50$ ,  $\zeta = 0.3$ , and different values of  $q_r$ .





**Figure B.4** – Results for  $L = 1$  m,  $q_r = 0.3$ ,  $\zeta = 0.2$ .

## Annexe C

# Notations utilisées dans le manuscrit

Notation	Description	Dimension
<b>Général</b>		
$j$	unité imaginaire $j^2 = -1$	
$\omega$	pulsation de l'onde en régime harmonique	$T^{-1}$
$s$	variable de Laplace	
$c$	célérité des ondes acoustiques	$LT^{-1}$
$\Theta(t)$	fonction Heavyside : $\Theta(t \geq 0) = 1$ , 0 sinon.	
<b>Anche</b>		
$W(M, t)$	champ de déplacement de l'anche	$L$
$s_c(t)$ et $S_c(\omega)$	section d'ouverture du canal d'anche	$L^2$
$s_0$	section du canal d'anche en l'absence de différence de pression	$L^2$
$K_a$	raideur apparente de l'anche	$ML^{-3}T^{-2}$
$f_a$	fréquence de résonance de l'anche	$T^{-1}$
$\omega_a$	pulsation de résonance de l'anche	$T^{-1}$
$k_a = \omega_a / c$	nombre d'onde associé à $\omega_a$	$L^{-1}$
$q_a = 1/Q_a$	amortissement de l'anche (inverse du facteur de qualité)	
$D(\omega)$	réponse fréquentielle de l'anche	
$b$	coefficient associé au débit d'anche ( <i>surface pulsante</i> )	$L$
$\Delta l_d$	longueur associée au débit d'anche	$L$
<b>Tuyau</b>		
$r$	rayon du conduit cylindrique	$L$
$S$	section du tube	$L^2$
$L$	longueur du tube	$L$
$x$ et $x_s$	point d'observation et position de la source	$L$
$p(x, t)$ et $P(x, \omega)$	champ de pression dans le tuyau	$ML^{-1}T^{-2}$

$u(x, t)$ et $U(x, \omega)$	champ de débit dans le tuyau	$L^3 T^{-1}$
$u_s(t)$	débit source en $x_s$	$L^3 T^{-1}$
$Y_t$	admittance liée aux effets thermiques	$L^3 T M^{-1}$
$Z_v$	impédance liée aux effets visqueux	$M L^{-5} T^{-1}$
$l_v$ et $l_t$	épaisseurs des couches limites associées aux effets visqueux et thermiques	$L$
$C_p$ et $C_v$	chaleurs spécifiques à pression et volume constants	$L^2 \theta^{-1} T^{-1}$
$\Gamma = \sqrt{Y_t Z_v}$	constante de propagation	$L^{-1}$
$Z_c = \sqrt{Z_v / Y_t}$	impédance caractéristique	$M L^{-4} T^{-1}$
$Z_d(\omega) = Z_c \coth \eta_d$	impédance liée au débit d'anche	$M L^{-4} T^{-1}$
$Z_r(\omega) = Z_c \coth \eta_r$	impédance liée au rayonnement	$M L^{-4} T^{-1}$
$R_d(\omega)$ et $R_r(\omega)$	coefficients de réflexion associés aux impédances terminales $Z_d(\omega)$ et $Z_r(\omega)$	

### Écoulement

$p_m$	pression dans la bouche	$M L^{-1} T^{-2}$
$p_e = p_{\text{bec}}$	pression dans le bec de l'instrument	$M L^{-1} T^{-2}$
$\rho$	masse volumique du fluide	$M L^{-3}$
$v$	vitesse d'écoulement dans le canal d'anche	$L T^{-1}$
$u$	débit entrant à travers le canal d'anche	$L^3 T^{-1}$

### Décomposition modale

$(s_n)_n$	pôles du champ de pression	$T^{-1}$
$\alpha_n$ et $\omega_n$	parties réelle et imaginaire de $s_n$	
$C_n$	résidu associé au pôle $s_n$	
$Z_e(\omega)$	impédance d'entrée du résonateur acoustique	$M L^{-4} T^{-1}$
$Z_n(\omega)$	composante modale de l'impédance	
$z_n[k]$	valeur de la réponse impulsionnelle de la composante $n$ à l'instant $k/F_e$	
$H_n(x) = H(s_n, x)$	déformée spatiale associée au pôle $s_n$	1

### Seuils d'oscillation

$F_{\text{eq}}$	Valeur de la grandeur $F$ à l'équilibre statique	
$u_a(t)$ et $U_a(\omega)$	débit d'anche (positif quand le canal se ferme)	$L^3 T^{-1}$
$u_e(t)$ et $U_e(\omega)$	débit excitant le résonateur acoustique	$L^3 T^{-1}$
$Z_e(\omega) = 1/Y_e(\omega)$	impédance (et admittance) du résonateur acoustique (sans débit d'anche)	$M L^{-4} T^{-1}$
$u_c(t)$ et $U_c(\omega)$	débit traversant le canal d'anche	$L^3 T^{-1}$
$Z_c(\omega) = 1/Y_c(\omega)$	impédance (et admittance) vue depuis le canal d'anche (inclus le débit d'anche)	$M L^{-4} T^{-1}$

$\mathcal{Z}_e(\omega)$ et $\mathcal{Y}_e(\omega)$	impédance et admittance réduites du résonateur acoustique	1
$p_M = K_a s_0$	pression de placage statique	$ML^{-1}T^{-2}$
$\gamma$	pression dans la bouche adimensionnée par la pression de placage statique	1
$\zeta$	paramètre de pince	1
$\theta$	fréquence de l'oscillation émergente adimensionnée par la fréquence de résonance d'anche	1

---

<b>Simulation temporelle</b>		
$N$	nombre de résonances acoustiques prises en compte	
$X(t)$	vecteur d'état ( $2N + 2$ éléments)	
$f(X, t)$	fonction descriptive du système ( $2N + 2$ )	
$J(X, t)$	matrice jacobienne du système ( $(2N + 2, 2N + 2)$ )	
$p^{(0)}, u^{(0)}, h^{(0)}$	pression, débit et ouverture à l'instant initial	
$K_{\text{table}}$ et $q_{\text{table}}$	Coefficient de choc de l'anche battante	1

---

<b>Temps discret</b>		
$F_e$	fréquence d'échantillonnage	$T^{-1}$
$z = e^{j\omega/F_e}$	variable complexe de la transformée en Z	
$h(t)$	réponse impulsionnelle ( $TF^{-1}$ de l'impédance d'entrée)	
$C(z)$	terme correcteur de la décomposition modale tronquée	

avec la convention suivante pour la notation des dimensions :

Symbole	Signification
$L$	longueur
$T$	temps
$M$	masse
$\theta$	température

# Table des figures

## Ch. 2 Modélisation et décomposition modale

2.1	Schéma représentatif de la modélisation de l'acoustique du résonateur. . . . .	27
2.2	Représentation du coefficient de réflexion associé au débit d'anche. . . . .	30
2.3	Pôles du champ de pression : effet du rayonnement et du débit d'anche . . . .	31
2.4	Estimation de l'ordre de multiplicité des pôles . . . . .	34
2.5	Recherche de pôles supplémentaires. . . . .	35
2.6	Effet du débit d'anche sur les pôles : cas 1 . . . . .	36
2.7	Effet du débit d'anche sur les pôles : cas 2 . . . . .	37
2.8	Effet du débit d'anche sur les pôles : cas 3 . . . . .	38
2.9	De l'ajustement modal imparfait. . . . .	39
2.10	Effet de la troncature sur le coefficient de réflexion. . . . .	41
2.11	Influence du nombre de modes de la troncature modale. . . . .	41
2.12	Effet de la troncature de la décomposition modale sur la synthèse. . . . .	41
2.13	Effet de la troncature sur la réponse impulsionnelle. . . . .	42
2.14	Ajustement en bande piquée. . . . .	44
2.15	Effet de la correction sur la troncature. . . . .	45
2.16	Effet de la correction sur les signaux de synthèse. . . . .	46

## Ch. 3 Étude théorique et numérique des seuils d'oscillation

3.1	Système sans pertes. . . . .	58
3.2	Amortissement d'anche : relation fréquence-pression. . . . .	59
3.3	Résolution graphique dans le cas de l'anche amortie. . . . .	61
3.4	Nombre de solutions de l'équation caractéristique en fonction de $k_a L$ . . . . .	61
3.5	Cas d'un faible amortissement d'anche . . . . .	62
3.6	Cas d'un fort amortissement d'anche . . . . .	63
3.7	Effet des pertes acoustiques sur la pression de seuil. . . . .	64
3.8	Variation de la fréquence émergente et de la pression de seuil du fait des pertes acoustiques. . . . .	64
3.9	Comparaison du débit d'anche et de l'amortissement d'anche. . . . .	68
3.10	Comparaison avec Wilson & Beavers : cas d'un fort amortissement. . . . .	69
3.11	Comparaison avec Wilson & Beavers : cas d'un faible amortissement. . . . .	69
3.12	Bifurcations directes en jeu classique. . . . .	72
3.13	Bifurcations inverses en canards. . . . .	73

## Ch. 4 Instrumentation de la bouche artificielle

4.1	Représentations de la bouche artificielle . . . . .	78
4.2	Positionnement des micros . . . . .	80
4.3	Réponse du débitmètre . . . . .	82

4.4	Placement du capteur piézo-électrique . . . . .	82
4.5	Détermination du mesurande du capteur piézo-électrique . . . . .	83
4.6	Montage de la lame à faces parallèles pour le vibromètre laser . . . . .	84
4.7	Dérive du vibromètre laser . . . . .	84
4.8	Déviations des faisceaux par la vitre . . . . .	86
4.9	Placement du photo-transistor dans le bec et de la source hors de la bouche . . . . .	87
4.10	Schémas électriques des circuits émetteurs et récepteurs du montage optique. . . . .	87
4.11	Étalonnage quasi-statique du photo-transistor . . . . .	88
4.12	Réponse indicielle typique du montage récepteur. . . . .	89
4.13	Schéma de principe de la boucle simple de régulation . . . . .	90
4.14	Boucles cascades pour l'asservissement sur le niveau sonore . . . . .	92
 <b>Ch. 5 Mesures de seuil d'oscillation</b>		
5.1	Schéma du capteur d'impédance . . . . .	94
5.2	Caractérisation du résonateur à partir de la pression en-dessous du seuil . . . . .	95
5.3	Estimation de la première fréquence de résonance de l'ensemble cylindre-barillet (vue partielle de l'impédance mesurée au pont d'impédance). . . . .	95
5.4	Dispositif de mesure d'impédance à l'UNSW . . . . .	96
5.5	Schéma et photo de l'interface bec-capteur d'impédance. . . . .	97
5.6	Caractéristique débit-pression . . . . .	97
5.7	Caractéristique section du jet-pression . . . . .	99
5.8	Suivi de chirp . . . . .	100
5.9	Dynamique d'anche pour plusieurs contact . . . . .	101
5.10	Dynamique d'anche pour plusieurs contact . . . . .	103
5.11	Attaque rapide et suivi de branche du diagramme de bifurcation en <i>descendo</i> . . . . .	105
5.12	Seuils mesurés pour la lèvre en glycérine . . . . .	105
5.13	Seuils mesurés pour la lèvre en mousse . . . . .	106
5.14	Suivi (involontaire) de branches. . . . .	107
5.15	Raideurs plurielles . . . . .	107
 <b>Ch. 6 Calcul des auto-oscillations</b>		
6.1	Profils standard . . . . .	123
 <b>Ch. 7 Résultats de simulations temporelles et compléments</b>		
7.1	Déplacement d'un front d'onde . . . . .	126
7.2	Diagramme de stabilité. Premier registre . . . . .	127
7.3	Diagramme de stabilité. Second registre . . . . .	127
7.4	Troncature modale et seuils d'oscillation . . . . .	128
7.5	Spectrogrammes pour divers amortissement d'anche . . . . .	130
7.6	Diagramme ( $p_m$ - $q_a$ ) . . . . .	131
7.7	Spectrogrammes d'un changement de régime . . . . .	131
7.8	Percussion sur la colonne d'air . . . . .	132
7.9	Contenu fréquentiel des composantes. Premier registre . . . . .	133
7.10	Contenu fréquentiel des composantes. Second registre . . . . .	134
7.11	Attaques brutale et douce . . . . .	135
7.12	Spectrogrammes pour des montées de pression brutale et douce . . . . .	136
7.13	Croissance de l'enveloppe selon le temps de montée. . . . .	138
7.14	Zoom sur la montée de pression. . . . .	138

**Ann. A Impédance de rayonnement**

A.1	Impédance de rayonnement d'un tuyau avec et sans écran, et d'un piston plan	147
A.2	Modèle $(\nu, \alpha)$	150
A.3	Modèle (1,2)	151
A.4	Modèle non causal	152

**Ann. B Anche en dehors**

B.1	Représentation des anches en-dehors	155
B.2	Non-dualité entre anche en-dedans et anche en-dehors	159
B.3	Effet de l'amortissement des lèvres (variation du résonateur)	159
B.4	Évolution de l'oscillation émergente pour une variation de la fréquence de résonance des lèvres.	160

# Bibliographie

- [1] Resonans, logiciel d'aide à la conception d'instruments à vent. Développé au LAUM en collaboration avec l'IRCAM, distribué par le CTTM.
- [2] Sélection du roseau et qualité de l'anche. Magazine Vandoren n° 1, 1999. [\[Lien\]](#)
- [3] Bias handbuch. Rap. tech., IWK Acoustic Research Team, 2008.
- [4] J.-M. Adrien. The missing link : Modal synthesis. Dans G. De Poli, A. Piccialli & C. Roads, réds., *Representations of Musical Signals*, p. 269–297. MIT Press, Cambridge, MA, 1991.
- [5] J. Agulló & A. Barjau. The reflection function  $r(t)$  : A matrix approach versus  $fft^{-1}$ . *Journal of Sound and Vibration*, **106**(2), p. 193–201, 1986. [\[DOI\]](#)
- [6] T. Aittokallio, M. Gyllenberga & O. Polo. A model of a snorer's upper airway. *Mathematical Biosciences*, **170**(1), p. 79–90, 2001. [\[DOI\]](#)
- [7] A. Almeida, C. Vergez & R. Caussé. Quasi-static non-linear characteristics of double-reed instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, **121**(1), p. 536–546, 2007. [\[Lien\]](#)
- [8] E. Anderson, Z. Bai, C. Bischof, S. Blackford, J. Demmel, J. Dongarra, J. Du Croz, A. Greenbaum, S. Hammarling, A. McKenney & D. Sroensen. *LAPACK Users' Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [9] Y. Ando. On sound radiation from semi-infinite circular pipe of certain wall thickness. *Acustica*, **22**(4), p. 219–225, 1969.
- [10] J. Armitstead, C. Bertram & O. Jensen. A study of the bifurcation behaviour of a model of flow through a collapsible tube. *Bulletin of mathematical biology*, **58**(4), p. 611–41, 1996. [\[DOI\]](#)
- [11] M. Atig. Non-linéarité acoustique localisée à l'extrémité ouverte d'un tube. Mesure, modélisation et application aux instruments à vent. Thèse de doctorat, Université du Maine, 2004. [\[Lien\]](#)
- [12] M. Atig, J.-P. Dalmont & J. Gilbert. Saturation mechanism in clarinet-like instruments, the effect of the localized non-linear losses. *Applied Acoustics*, **65**, p. 1133–1154, 2004.
- [13] F. Avanzini & M. van Walstijn. Modelling the mechanical response of the reed-mouthpiece-lip system of a clarinet. part I. a one-dimensional distributed model. *Acta Acustica united with Acustica*, **90**, p. 537–547(11), 2004. [\[Lien\]](#)
- [14] J. Backus. Vibrations of the Reed and the Air Column in the Clarinet. *Journal of the Acoustical Society of America*, **33**(6), p. 806–809, 1961.
- [15] J. Backus. Small-Vibration Theory of the Clarinet. *Journal of the Acoustical Society of America*, **35**(3), p. 305–313, 1963. [\[Lien\]](#)



- [16] J. Backus. Effect of wall material on the steady-state tone quality of woodwind instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, **36**(10), p. 1881–1887, 1964. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [17] J. Backus. The effect of the player's vocal tract on woodwind instrument tone. *Journal of the Acoustical Society of America*, **78**(1), p. 17–20, 1985. [\[Lien\]](#)
- [18] A. Barjau, V. Gibiat & N. Grand. Study of woodwind-like systems through nonlinear differential equations. part i. simple geometry. *Journal of the Acoustical Society of America*, **102**(5), p. 3023–3031, 1997. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [19] M. Barthet. De l'interprète à l'auditeur : une analyse acoustique et perceptive du timbre musical. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille 2, Marseille, 2008.
- [20] A. H. Benade. On the Mathematical Theory of Woodwind Finger Holes. *Journal of the Acoustical Society of America*, **32**(12), p. 1591–1608, 1960. [\[Lien\]](#)
- [21] A. H. Benade. On the Propagation of Sound Waves in a Cylindrical Conduit. *Journal of the Acoustical Society of America*, **44**(2), p. 616–623, 1968. [\[Lien\]](#)
- [22] A. H. Benade. Air column, reed and player's vocal tract on woodwind instrument tone. Dans I. R. Titze & R. Scherer, réds., *Vocal Fold Physiology*, 1983.
- [23] A. H. Benade & M. I. Ibsi. Survey of impedance methods and a new piezo-disk-driven impedance head for air columns. *Journal of the Acoustical Society of America*, **81**(4), p. 1152–1167, 1987. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [24] A. H. Benade & S. N. Kouzoupis. The clarinet spectrum : Theory and experiment. *Journal of the Acoustical Society of America*, **83**(1), p. 292–304, 1988. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [25] D. Bernoulli. Réflexions et éclaircissements sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'académie de 1747 et 1748. Dans *Histoire de l'Académie Royale de Berlin*, chap. 1. Berlin, 1753.
- [26] D. Bernoulli. Sur le ton et sur les tons des tuyaux d'orgue différemment construits. Rap. tech. 431, Mém. Acad. Sci., Paris, 1763.
- [27] S. Bilbao. Wave and scattering methods for the numerical integration of partial differential equations. Thèse de doctorat, Stanford University, dpt Elec. Eng., 2001. [\[Lien\]](#)
- [28] S. Bilbao. Direct simulation for wind instrument synthesis. Dans *Proceedings of the 11th International Conference on Digital Audio Effects*, p. Madrid , Spain, 2008. [\[Lien\]](#)
- [29] S. Bilbao, J. Bensa & R. Kronland-Martinet. The wave digital reed : a passive formulation. Dans *Proceedings of the 6th International Conference On Digital Audio Effects(Grande-Bretagne Londres)*, p. –, 2003. [\[Lien\]](#)
- [30] R. D. Blevins. *Flow-induced vibration*. Krieger Publishing, Krieger Drive, Malabar ,Florida 32950, updated ed. éd., 2001.
- [31] H. Bouasse. *Instruments à vent, Tome 1 : Anches métalliques et membraneuses, tuyaux anche et bouche - orgue,instruments embouchure de cor*. Librairie Scientifique et Technique Albert Blanchard, Paris, 1<sup>re</sup> éd., 1930.
- [32] X. Boutillon & V. Gibiat. Evaluation of the acoustical stiffness of saxophone reeds under playing conditions by using the reactive power approach. *Journal of the Acoustical Society of America*, **100**(2), p. 1178–1189, 1996. [\[Lien\]](#)
- [33] M. Brown. The acoustic impedance of bb clarinet. Rapport de stage, University of Chicago, 2008. [\[Lien\]](#)

- [34] J. Bruckert. Étude des variations fréquentielles dans le transitoire d'attaque de la clarinette. Rapport de stage, Master Atiam, Paris, 2007.
- [35] J. Brymer. *Clarinette*. Yehudi Menuhin, Hatier, 1976.
- [36] R. Caussé, J. Kergomard & X. Lurton. Input impedance of brass musical instruments—comparison between experiment and numerical models. *Journal of the Acoustical Society of America*, **75**(1), p. 241–254, 1984. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [37] Centre de Transfert de Technologie du Mans - Département Acoustique. *Capteur d'impédance : manuel d'utilisation*, 2008.
- [38] A. Chaigne & J. Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. BELIN, 2008. ISBN 978-2-7011-3970-8.
- [39] R. W. Chan & I. R. Titze. Dependence of phonation threshold pressure on vocal tract acoustics and vocal fold tissue mechanics. *Journal of the Acoustical Society of America*, **119**(4), p. 2351–2362, 2006. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [40] Y. M. Chang. Reed stability. *Journal of Fluids and Structures*, **8**(7), p. 771–783, 1994.
- [41] J. M. Chen, J. Smith & J. Wolfe. Pitch bending and glissandi on the clarinet : Roles of the vocal tract and partial tone hole closure. *Journal of the Acoustical Society of America*, **126**(3), p. 1511–1520, 2009. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [42] J. Chick, S. Bromage, M. Campbell, S. Stevenson & J. Gilbert. Motion of the Brass Player's Lips During Extreme Loud Playing. Dans *Actes du 8ème Congrès Français d'Acoustique*. SFA, Tours, 2006.
- [43] J. M. Chowning. The synthesis of complex audio spectra by means of frequency modulations. *J. Audio Eng. Soc.*, **21**(7), 1973.
- [44] J. Y. Chung & D. A. Blaser. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. theory. *Journal of the Acoustical Society of America*, **68**(3), p. 907–913, 1980. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [45] J. Y. Chung & D. A. Blaser. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. experiment. *Journal of the Acoustical Society of America*, **68**(3), p. 914–921, 1980. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [46] B. Cochelin, C. Vergez & S. Karkar. Manlab, an interactive series-expansion approach for continuation - focus on periodic solutions. ESMC 2009, 2009.
- [47] J. S. Cullen, J. Gilbert & M. Campbell. Brass Instruments : Linear Stability Analysis and Experiments with an Artificial Mouth. *Acta Acustica united with Acustica*, **86**(4), p. 704–724, 2000.
- [48] A. R. da Silva, G. P. Scavone & M. van Walstijn. Numerical simulations of fluid-structure interactions in single-reed mouthpieces. *Journal of the Acoustical Society of America*, **122**(3), p. 1798–1809, 2007. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [49] J. D'Alembert. *Mémoires de l'Académie Royale de Prusse*. Berlin, 1746-1750. [\[Lien\]](#)
- [50] J.-P. Dalmont & A.-M. Bruneau. Acoustic impedance measurement : Plane-wave mode and first helical mode contributions. *Journal of the Acoustical Society of America*, **91**(5), p. 3026–3033, 1992. [\[Lien\]](#)
- [51] J.-P. Dalmont & C. Frappé. Oscillation and extinction thresholds of the clarinet : Comparison of analytical results and experiments. *Journal of the Acoustical Society of America*, **122**(2), p. 1173–1179, 2007. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)

- [52] J.-P. Dalmont, B. Gazengel, J. Gilbert & J. Kergomard. Some Aspects of Tuning and Clean Intonation in Reed Instruments. *Applied Acoustics*, **46**, p. 19–60, 1995.
- [53] J.-P. Dalmont, J. Gilbert, J. Kergomard & S. Ollivier. An analytical prediction of the oscillation and extinction thresholds of a clarinet. *Journal of the Acoustical Society of America*, **118**(5), p. 3294–3305, 2005. [\[Lien\]](#)
- [54] J.-P. Dalmont, J. Gilbert & S. Ollivier. Nonlinear characteristics of single-reed instruments : Quasistatic volume flow and reed opening measurements. *Journal of the Acoustical Society of America*, **114**(4), p. 2253–2262, 2003. [\[Lien\]](#)
- [55] J.-P. Dalmont & J.-Ch. Le Roux. A new impedance sensor for wind instruments. Dans *Acoustics08*. ASA-EAA-SFA, 2008. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [56] J.-P. Dalmont, C. J. Nederveen & N. Joly. Radiation impedance of tubes with different flanges : numerical and experimental investigations. *Journal of Sound and Vibration*, **244**(3), p. 505–534, 2001. [\[DOI\]](#)
- [57] P. O. A. L. Davies, J. L. Bento Coelho & M. Bhattacharya. Reflection coefficients for an unflanged pipe with flow. *Journal of Sound and Vibration*, **72**(4), p. 543–546, 1980. [\[DOI\]](#)
- [58] V. Debut. Deux études d'un instrument de musique de type clarinette : Analyse des fréquences propres du résonateur et calcul des auto-oscillations par décomposition modale. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, 2004. [\[Lien\]](#)
- [59] P. Dickens, J. Smith & J. Wolfe. Improved precision in measurements of acoustic impedance spectra using resonance-free calibration loads and controlled error distribution. *Journal of the Acoustical Society of America*, **121**(3), p. 1471–1481, 2007. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [60] P. Dierckx. An algorithm for smoothing, differentiation and integration of experimental data using spline functions. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **1**(3), p. 165 – 184, 1975. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [61] P. Dierckx. Fitpack user's guide. part 1 : curve fitting routines. Rap. tech. TW89, Department of Computer Science, K.U.Leuven, Belgium, 1987. [\[Lien\]](#)
- [62] P. Dings. Separation and reattachment of the flow in the channel of a reed instrument. Rapport de stage, Technische Universiteit, Eindhoven, 1989.
- [63] E. J. Doedel & B. E. Oldeman. *AUTO-07P : Continuation and Bifurcation Software for Ordinary Differential Equations*. Concordia University, Montreal, Canada, 2009.
- [64] V. Doutaut, D. Matignon & A. Chaigne. Numerical simulations of xylophones. ii. time-domain modeling of the resonator and of the radiated sound pressure. *Journal of the Acoustical Society of America*, **104**(3), p. 1633–1647, 1998. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [65] V. Dubos, J. Kergomard, A. Khettabi, J.-P. Dalmont, D. H. Keefe & C. J. Nederveen. Theory of Sound Propagation in a Duct with a Branched Tube Using Modal Decomposition. *Acta Acustica*, **85**(2), p. 153–169, 1999. [\[Lien\]](#)
- [66] E. Ducasse. Modélisation et simulation dans le domaine temporel d'instruments à vent à anche simple en situation de jeu : méthodes et modèles. Thèse de doctorat, Université du Maine, 2001.
- [67] F. Ehara & S. Yoshikawa. Radiation directionality measurement of clarinets made of different wall material. Dans *Forum Acusticum*, p. 525–528, 2005.
- [68] S. J. Elliott & J. M. Bowsher. Regeneration in brass wind instruments. *Journal of Sound and Vibration*, **83**(2), p. 181–217, 1982. [\[DOI\]](#)

- [69] Euler. Thèse sur le son. Thèse de doctorat, Bâle, 1727.
- [70] M. Facchinetti, X. Boutillon & A. Constantinescu. Numerical and experimental modal analysis of the reed and pipe of a clarinet. *Journal of the Acoustical Society of America*, **113**(5), p. 2874–2883, 2003. [\[Lien\]](#)
- [71] S. Farner, C. Vergez, J. Kergomard & A. Lizée Deblevid. Contribution to harmonic balance calculations of self-sustained periodic oscillations with focus on single-reed instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, **119**(3), p. 1794–1804, 2006.
- [72] D. Ferrand, C. Vergez, B. Fabre & F. Blanc. High-precision regulation of a pressure controlled artificial mouth : the case of recorder-like musical instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, **submitted**, 2009.
- [73] N. H. Fletcher. Mode locking in nonlinearly excited inharmonic musical oscillators. *Journal of the Acoustical Society of America*, **64**(6), p. 1566–1569, 1978. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [74] N. H. Fletcher. Autonomous vibration of simple pressure-controlled valves in gas flows. *Journal of the Acoustical Society of America*, **93**(4), p. 2172–2180, 1993. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [75] N. H. Fletcher. Nonlinearity, complexity, and the sounds of musical instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, **103**(5), p. 3062, 1998. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [76] N. H. Fletcher & T. D. Rossing. *The Physics of Musical Instruments*, chap. Wind Instruments, p. 345–425. Springer, 1991.
- [77] J.-L. Florens & C. Cadoz. Synthesizing the physical model : Modeling and simulating the instrumental universe. Dans G. De Poli, A. Piccialli & C. Roads, réds., *Representations of Musical Signals*, p. 227–268. MIT Press, Cambridge, MA, 1991.
- [78] C. Fritz. Clarinette et clarinettiste : Influence du conduit vocal sur la production du son. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2004.
- [79] B. Gazengel. Caractérisation objective de la qualité de justesse, de timbre et d'émission des instruments à vent à anche simple. Thèse de doctorat, LAUM, 1994.
- [80] B. Gazengel, J. Gilbert & N. Amir. Time Domain Simulation of Single Reed Wind Instrument. From the Measured Input Impedance to the Synthesis Signal. Where are the Traps? *Acta Acustica*, **3**(5), p. 445–472, 1995.
- [81] B. Gazengel, T. Guimezanes, J.-P. Dalmont, J.-B. Doc, S. Fagart & Y. Léveillé. Experimental investigation of the influence of the mechanical characteristics of the lip on the vibrations of the single reed. Dans *Proceedings of the International Symposium on Musical Acoustics*. Barcelona, Spain, 2007.
- [82] V. Gibiat & F. Laloë. Acoustical impedance measurements by the two-microphone-three-calibration (TMTC) method. *Journal of the Acoustical Society of America*, **88**(6), p. 2533–2545, 1990. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [83] J. Gilbert. Étude des instruments de musique à anche simple : extension de la méthode d'équilibrage harmonique, rôle de l'inharmonicité des résonances, mesure des grandeurs d'entrée. Thèse de doctorat, Université du Maine, 1991.
- [84] J. Gilbert, J.-P. Dalmont & T. Guimezanes. Nonlinear propagation in woodwinds. Dans *Proceedings of Forum Acusticum*. Budapest, 2005.
- [85] J. Gilbert, J. Kergomard & E. Ngoya. Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique. *Journal of the Acoustical Society of America*, **86**(1), p. 35–41, 1989. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)

- [86] N. Grand, J. Gilbert & F. Laloë. Oscillation threshold of woodwind instruments. *Acta Acustica*, **83**(1), p. 137–151, 1997. [\[Lien\]](#)
- [87] C. D. Gray. Acoustic pulse reflectometry for measurement of the vocal tract with application in voice synthesis. Thèse de doctorat, 2005. [\[Lien\]](#)
- [88] J. Guckenheimer & P. Holmes. *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields / John Guckenheimer, Philip Holmes*. Springer-Verlag, New York, 1983.
- [89] J. Guedon. Nouveau manuel complet du facteur d'orgues. Dans *Encyclopédie Roret*. L. Laget, Paris, 1903.
- [90] P. Guillemain. A Digital Synthesis Model of Double-reed Wind Instruments. *Eurasip Journal on Applied Signal Processing, Special Issue on Model-based Sound Synthesis*, **7**, p. 990–1000, 2004.
- [91] P. Guillemain. Some roles of the vocal tract in clarinet breath attacks : Natural sound analysis and model-based synthesis. *Journal of the Acoustical Society of America*, **121**(4), p. 2396–2406, 2007. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [92] P. Guillemain, J. Kergomard & T. Voinier. Real-time synthesis of clarinet-like instruments using digital impedance models. *Journal of the Acoustical Society of America*, **118**(1), p. 483–494, 2005.
- [93] P. Guillemain & R. Kronland-Martinet. Characterization of acoustic signals through continuous linear time-frequency representations. *Proceedings of the IEEE*, **84**(4), p. 561–585, 1996. Special issue on wavelets.
- [94] P. Guillemain, C. Vergez, D. Ferrand & A. Farcy. An instrumented saxophone mouth-piece and its use to inspect the strategies of an experienced player. *Acta Acustica united with Acustica*, 2009.
- [95] T. Guimezanes. Etude expérimentale et numérique de l'anche de clarinette. Thèse de doctorat, Université du Maine, 2008.
- [96] J. M. Heinrich. Recherche du mécanisme régulateur de la qualité musicale de l' anche double confectionnée en canne de provence. Thèse de doctorat, Université de Paris VI, Paris, 1986.
- [97] A. Hirschberg. *Mechanics of Musical Instruments*, chap. 7, p. 291–369. N° 355 dans CISM Courses and Lectures, Springer, Wien - New York, 1995.
- [98] A. Hirschberg, J. Gilbert, A. P. J. Wijnands & A. J. M. Houtsma. Non-linear behaviour of single reed woodwind musical instrument. *Nederlands Akoestisch Genootschap*, **107**, p. 31–43, 1991.
- [99] A. Hirschberg, J. Gilbert, A. P. J. Wijnands & A. M. C. Valkering. Musical aero-acoustics of the clarinet. *J. Phys. IV, Colloque C5*, **4**, p. C5–559–568, 1994.
- [100] A. Hirschberg, R. W. A. van de Laar, J.-P. Marrou-Maurières, A. P. J. Wijnands, J. H. Dane, S. G. Kruijswijk & A. J. M. Houtsma. A quasi-stationary model of air flow in the reed channel of single-reed woodwind instruments. *Acustica*, **70**, p. 146–154, 1990.
- [101] G. C. J. Hofmans, G. Groot, M. Ranucci, G. Graziani & A. Hirschberg. Unsteady flow through in-vitro models of the glottis. *Journal of the Acoustical Society of America*, **113**(3), p. 1658–1675, 2003. [\[Lien\]](#)
- [102] G. C. J. Hofmans, M. Ranucci, G. Ajello, Y. Aurégan & A. Hirschberg. Aeroacoustic response of a slit-shaped diaphragm in a pipe at low Helmholtz number, 2 : unsteady results. *Journal of Sound and Vibration*, **244**(1), p. 57–77, 2001.

- [103] T. Hélie & X. Rodet. Radiation of a pulsating portion of a sphere : Application to horn radiation. *Acta Acustica united with Acustica*, **89**, p. 565–577(13), 2003. [\[Lien\]](#)
- [104] O. Inácio & J. Antunes. A linearized modal analysis of the bowed string. Dans *Proceedings of the International Congress of Acoustics*. SEA, Madrid, 2007.
- [105] O. Inácio, L. Henrique & J. Antunes. Simulation of the oscillation regimes of bowed bars : a non-linear modal approach. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **8**(2), p. 77 – 95, 2003. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [106] P. Jalali, M. Dabagh & T. Tynjälä. Stability of flow and kinetic energy dissipation in 2d annular shear flows of inelastic hard disk assemblies. Dans *Journal of Physics : Second International Symposium on Instability and Bifurcations in Fluid Dynamics*, vol. 64 de *Conference*. IOP, 2007. [\[DOI\]](#)
- [107] S. Karkar. Bifurcation des régimes periodiques dans les systèmes dynamiques auto-oscillants : application aux instruments de musique. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille, 2011.
- [108] W. Kausel. Bore reconstruction of tubular ducts from its acoustic input impedance curve. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, **53**(4), p. 1097–1105, 2004. [\[DOI\]](#)
- [109] D. H. Keefe. Acoustic streaming, dimensional analysis of nonlinearities, and tone hole mutual interactions in woodwinds. *Journal of the Acoustical Society of America*, **73**(5), p. 1804–1820, 1983. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [110] J. Kergomard. Champ interne et champ externe des instruments à vent. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1981.
- [111] J. Kergomard. Tone hole external interactions in woodwinds musical instruments. Dans *13th International Congress on Acoustics*, p. 53–56, 1989.
- [112] J. Kergomard. *Mechanics of Musical Instruments*, chap. 6, p. 229–290. N° 355 dans *CISM Courses and Lectures*, Springer, Wien - New York, 1995.
- [113] J. Kergomard, V. Debut & D. Matignon. Resonance modes in a one-dimensional medium with two purely absorbing boundaries : calculation methods, orthogonality and completeness. *Journal of the Acoustical Society of America*, **119**(3), p. 1356–1367, 2006. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [114] J. Kergomard & J. Gilbert. Analyse de quelques aspects du rôle de l'anche d'un instrument à vent cylindrique. Dans *Actes du 5ème Congrès Français d'Acoustique*, p. 294–297. SFA, Lausanne, 2000.
- [115] J. Kergomard, S. Ollivier & J. Gilbert. Calculation of the Spectrum of Self-Sustained Oscillators Using a Variable Truncation Method : Application to Cylindrical Reed Instruments. *Acta Acustica*, **86**(4), p. 685–703, 2000. [\[Lien\]](#)
- [116] G. Kerschen, J.-C. Golinval, A. F. Vakakis & L. A. Bergman. The Method of Proper Orthogonal Decomposition for Dynamical Characterization and Order Reduction of Mechanical Systems : An Overview. *Nonlinear Dynamics*, **41**(Special issue on reduced order models : methods and applications.), p. 141–170, 2005.
- [117] G. Kirchhoff. Über die einfluss der warmeleitung in einem gase auf die schallbewegung. *Annalen der Physik Leipzig*, **134**, p. 177–193, 1868. Trad. anglaise 1974.
- [118] F. Laloë & P.-A. Taillard. Mesure par holographie des vibrations d'une anche de clarinette, 2009. Colloque ANR Consonnes - Aussois.



- [119] S. Le Conte. Viscoélasticité du bois : application aux instruments de musique sous tension. Dans *Actes de la journée d'étude Conserver aujourd'hui : les « vieillissements » du bois*. Cité de la Musique, 2007.
- [120] W. R. Lepage. *Complex Variables and the Laplace Transform for the Engineers*. Dover Publication, Inc., New York, 1980.
- [121] H. Levine & J. Schwinger. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Phys. Rev.*, **73**(4), p. 383–406, 1948. [\[DOI\]](#)
- [122] I. M. Lindevald & J. Gower. Vibrational modes of clarinet reeds, 1997. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [123] I. Lopez, A. Hirschberg, A. van Hirtum, N. Rutu & X. Pelorson. Physical Modeling of Buzzing Artificial Lips : The Effect of Acoustical Feedback. *Acta Acustica*, **92**, p. 1047–1059, 2006. [\[Lien\]](#)
- [124] R. MacDonald & M. Campbell. The influence of mean flow on local non-linear effects at woodwind instrument toneholes. Dans *Proceedings of the International Symposium on Musical Acoustics*. Barcelona, Spain, 2007.
- [125] C. Maganza, R. Caussé & F. Laloë. Bifurcations, period doublings and chaos in clarinet like systems. *Europhysics Letters*, **1**, p. 295–302, 1986.
- [126] B. Mallaroni, P.-O. Mattei & J. Kergomard. Complex resonance frequencies of a finite, circular radiating duct with an infinite flange. *Journal of the Acoustical Society of America*, **Under review**, 2009. [\[Lien\]](#)
- [127] E. Marandas, V. Gibiat, C. Besnainou & N. Grand. Caractérisation mécanique des anches simples d'instruments à vent. Dans *Actes du 3ème Congrès Français d'Acoustique*, vol. III de *C5 Suppl. J. Phys.*, p. 633–636. Toulouse, 1994.
- [128] M. Marans. The next big thing. *Keyboard*, **20**, p. 98–118, 1994.
- [129] J. Martinez, J. Agulló & S. Cardona. Conical bores. part ii : Multiconvolution. *Journal of the Acoustical Society of America*, **84**(5), p. 1620–1627, 1988. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [130] P.-O. Mattei. Multiple Resonances in Fluid-Loaded Vibrating Structures. Dans *Inter-Noise 2008*. Shanghai Chine, 2008. OR 10. [\[Lien\]](#)
- [131] L. Maurin. Confrontation théorie expérience des grandeurs d'entrée d'un excitateur à anche simple. Rapport de stage, Université du Maine, Le Mans, 1992.
- [132] A. Mayer. Riam (reed instrument artificial mouth) : a computer controlled excitation device for reed instruments. Dans *Proceedings of Stockholm Music Acoustics Conference*, vol. 1, p. 279–282, 2003.
- [133] J. G. McDaniel. Applications of the causality condition to one-dimensional acoustic reflection problems. *Journal of the Acoustical Society of America*, **105**(5), p. 2710–2716, 1999. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [134] C. S. McGinnis & C. Gallagher. The mode of vibration of a clarinet reed. *Journal of the Acoustical Society of America*, **12**(4), p. 529–531, 1941. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [135] M. E. McIntyre, R. T. Schumacher & J. Woodhouse. On the oscillations of musical instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, **74**(5), p. 1325–1345, 1983. [\[Lien\]](#)
- [136] X. Meynial. Systèmes micro-intervalles pour les instruments de musique à vent avec trous latéraux et oscillations d'une anche simple à un résonateur de forme simple. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 1987.

- [137] A. Miklós, J. Angster, S. Pitsch & T. D. Rossing. Reed vibration in lingual organ pipes without the resonators. *Journal of the Acoustical Society of America*, **113**(2), p. 1081–1091, 2003. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [138] A. Miklós, J. Angster, S. Pitsch & T. D. Rossing. Interaction of reed and resonator by sound generation in a reed organ pipe. *Journal of the Acoustical Society of America*, **119**(5), p. 3121–3129, 2006. [\[Lien\]](#)
- [139] J. Moussiegt. Oscillateurs à résistance négative et oscillateurs de relaxation. *J. Phys. Radium*, **23**(12), p. 993–999, 1962. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [140] M. S. Mukai. Laryngeal movement while playing wind instruments. *International Symposium on Musical Acoustics*, p. 239–242, 1992.
- [141] C. J. Nederveen. *Acoustical aspects of woodwind instruments*. Northern Illinois, DeKalb, 1998.
- [142] I. Newton. *Philosophiae naturalis Principia Mathematica*, chap. Livre II, section VIII. J. Gabay, 1990.
- [143] G. Nief, F. Gautier, J.-P. Dalmont & J. Gilbert. Influence of wall vibrations on the behavior of a simplified wind instrument. *Journal of the Acoustical Society of America*, **124**(2), p. 1320–1331, 2008. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [144] Y. Nomura, I. Yamamura & S. Inawashiro. On the acoustic radiation from a flanged circular pipe. *Journal of the Physical Society of Japan*, **15**, p. 510–517, 1960. [\[DOI\]](#)
- [145] A. N. Norris & I. C. Sheng. Acoustic radiation from a circular pipe with an infinite flange. *Journal of Sound and Vibration*, **135**(1), p. 85–93, 1989. [\[DOI\]](#)
- [146] S. Ollivier. Contribution à l'étude des oscillations des instruments à vent à anche simple. Thèse de doctorat, Université du Maine, Laboratoire d'acoustique de l'université du Maine, 2002. [\[Lien\]](#)
- [147] F. Otondo & J. H. Rindel. Directional representation of a clarinet in a room. Dans *Proceedings of the Nordic-Baltic Acoustical Meeting*, p. 113–116, 2002.
- [148] J. Ozanam. *Récréations mathématique et physique*, vol. 2, chap. Acoustique et musique, p. 330–412. Cl. Ant. Jombert, Université de Gand, 1778.
- [149] M. C. A. M. Peters, A. Hirschberg, A. J. Reijnen & A. P. J. Wijnands. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, **256**, p. 499–534, 1993. [\[DOI\]](#)
- [150] F. Pinard, B. Laine & H. Vach. Musical quality assessment of clarinet reeds using optical holography. *Journal of the Acoustical Society of America*, **113**(3), p. 1736–1742, 2003. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [151] M. J. D. Powell. *Numerical Methods for Nonlinear Algebraic Equations*, chap. A Hybrid Method for Nonlinear Equations, p. 87–144. Gordon and Breach, London, 1970.
- [152] R. L. Pratt, S. J. Elliott & J. M. Bowsher. Comments on "acoustic impedance measurement using sine excitation and known volume velocity technique". *Journal of the Acoustical Society of America*, **66**(3), p. 905–905, 1979. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [153] B. Ricaud, P. Guillemain, J. Kergomard, F. Silva & C. Vergez. Behavior of reed woodwind instruments around the oscillation threshold. *Acta Acustica*, **95**(4), p. 733–743, 2009. [\[Lien\]](#)
- [154] R. W. Rienstra. Impedance models in time domain, including the extended helmholtz resonator model. Dans *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, vol. 2006-2686. Cambridge, MA, USA, 2006.



- [155] J.-C. Risset. *La synthèse sonore*, vol. 2. Ircam - Centre Georges-Pompidou, 1993.
- [156] C. Runge. Über empirische funktionen und die interpolation zwischen äquidistanten ordinaten. *Zeitung der Math. und Phys.*, **46**, p. 224–243, 1901.
- [157] N. Ruty. Modèles d'interactions fluide parois dans le conduit vocal. applications aux voies et aux pathologies. Thèse de doctorat, INPG Grenoble, 2007. [\[Lien\]](#)
- [158] J. Saneyoshi, H. Teramura & S. Yoshikawa. Feedback oscillations in reed woodwind and brasswind instruments. *Acustica*, **62**, p. 194–210, 1987.
- [159] G. P. Scavone. An acoustic analysis of single-reed woodwind instruments, with an emphasis on design and performance issues and digital waveguide modeling techniques. Thèse de doctorat, Stanford University, 1997.
- [160] G. P. Scavone & A. R. da Silva. Frequency content of breath pressure and implications for use in control. Dans *NIME '05 : Proceedings of the 2005 conference on New interfaces for musical expression*, p. 93–96. Singapore, 2004.
- [161] G. P. Scavone, A. Lefebvre & A. R. da Silva. Measurement of vocal-tract influence during saxophone performance. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2008.
- [162] P. Schaeffer. *Traité des objets musicaux*, chap. Seuils et transitoires, p. 198–215. Seuil, 1966.
- [163] R. T. Schumacher. Ab initio calculations of the oscillation of a clarinet. *Acustica*, **48**, p. 71–85, 1981.
- [164] A. Selamet, Z. L. Ji & R. A. Kach. Wave reflections from duct terminations. *Journal of the Acoustical Society of America*, **109**(4), p. 1304–1311, 2001. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [165] F. Silva, P. Guillemain, J. Kergomard, B. Mallaroni & A. N. Norris. Approximation formulae for the acoustic radiation impedance of a cylindrical pipe. *Journal of Sound and Vibration*, **322**, p. 255–263, 2008. [\[DOI\]](#)
- [166] F. Silva, J. Kergomard, C. Vergez & J. Gilbert. Interaction of reed and acoustic resonator in clarinet-like systems. *Journal of the Acoustical Society of America*, **124**(5), p. 3284–3295, 2008. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [167] J. O. I. Smith. Physical modeling using digital waveguides. *Computer Music Journal*, **16**(4), p. 74–91, 1992. [\[Lien\]](#)
- [168] T. Smyth, J. Abel & J. O. I. Smith. Feathered collisions in beating reed simulation. *Journal of Acoustical Society of America*, **114**, p. 2325, 2003. [\[Lien\]](#)
- [169] I. Steinecke & H. Herzel. Bifurcations in an asymmetric vocal-fold model. *Journal of the Acoustical Society of America*, **97**(3), p. 1874–1884, 1995. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [170] S. E. Stewart & W. J. Strong. Functional model of a simplified clarinet. *Journal of the Acoustical Society of America*, **68**(1), p. 109–120, 1980. [\[Lien\]](#)
- [171] J. Sundberg. Synthesizing singing. Dans G. De Poli, A. Piccialli & C. Roads, réds., *Representations of Musical Signals*, p. 299–320. MIT Press, Cambridge, MA, 1991.
- [172] A. Z. Tarnopolsky, N. H. Fletcher & J. C. S. Lai. Oscillating reed valves – an experimental study. *Journal of the Acoustical Society of America*, **108**(1), p. 400–406, 2000. [\[Lien\]](#)
- [173] B. Taylor. *Methodum Incrementorum directa & inversa*. Impensis Gulielmi Innys, 1715.
- [174] S. Thompson & L. F. Shampine. A friendly fortran dde solver. *Appl. Numer. Math.*, **56**, p. 503–516, 2006.

- [175] S. C. Thompson. Reed resonance effects on woodwind nonlinear feedback oscillations. Thèse de doctorat, Case Western Reserve University, 1978.
- [176] S. C. Thompson. The effect of the reed resonance on woodwind tone production. *Journal of the Acoustical Society of America*, **66**(5), p. 1299–1307, 1979. [\[Lien\]](#)
- [177] V. Valimaki. Physics-based modeling of musical instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, **90**, p. 611–617, 2004. [\[Lien\]](#)
- [178] A. M. C. Valkering. Characterization of a clarinet mouthpiece. Rapport de stage, Vakgroep Transport Fysica, Eindhoven University of Technology, 1993.
- [179] M. van Walstijn & F. Avanzini. Modelling the mechanical response of the reed-mouthpiece-lip system of a clarinet. part II : A lumped model approximation. *Acta Acustica united with Acustica*, **93**, p. 435–446(12), 2007. [\[Lien\]](#)
- [180] M. van Walstijn & M. Campbell. Discrete-time modeling of woodwind instrument bores using wave variables. *Journal of the Acoustical Society of America*, **113**(1), p. 575–585, 2003. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [181] J. van Zon. Stromingsgeïnduceerde klepinstabiliteiten. Rapport de stage, Vakgroep Transport Fysica, Eindhoven University of Technology, 1989.
- [182] J. van Zon, A. Hirschberg, J. Gilbert & A. P. J. Wijnands. Flow through the reed channel of a single reed music instrument. *J. Phys.*, **51**, p. C2–821–824, 1990.
- [183] C. Vergez. Trompette et trompettiste : un système dynamique non linéaire à analyser, modéliser et simuler dans un contexte musical. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2000.
- [184] B. Vial. Réduction de modèle de clarinette : approche par modes propres orthogonaux. Rapport de stage, École Centrale Marseille - Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, 2009. Encadré par S. Bellizzi et Ch. Vergez. [\[Lien\]](#)
- [185] H. von Helmholtz. Theorie der luftschwingungen in röhren mit offenen enden. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **57**, p. 1–72, 1860.
- [186] H. von Helmholtz. *On the theory of pipes*, chap. App. VII, p. 5388. Dover Publications, Inc., New York, 1954.
- [187] R. Vich. *Z Transform theory and applications*, chap. 4, p. 106–154. Mathematics and its applications, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1987.
- [188] W. Weber. Theorie der zungenpfeifen. *Annalen der Physik und Chemie, hrsg. von J.C. Poggendorf*, **93**, p. 193–246, 1828.
- [189] T. Wilson. The measured vocal tract impedance for clarinet performance and its role in sound production. *Journal of the Acoustical Society of America*, **99**(4), p. 2455–2456, 1996. [\[Lien\]](#)
- [190] T. A. Wilson & G. S. Beavers. Operating modes of the clarinet. *Journal of the Acoustical Society of America*, **56**(2), p. 653–658, 1974. [\[Lien\]](#)
- [191] W. E. Worman. Self-sustained nonlinear oscillations of medium amplitude in clarinet-like systems. Thèse de doctorat, Case Western Reserve University, 1971.
- [192] W. E. Zorumski. Generalized radiation impedances and reflection coefficients of circular and annular ducts. *Journal of the Acoustical Society of America*, **54**(6), p. 1667–1673, 1973. [\[Lien\]](#) [\[DOI\]](#)
- [193] G. Zwicker & C. Kosten. *Sound absorbing materials*. Elsevier, 1949.





## Résumé

Ce document traite de la production sonore dans les instruments de musique à anche simple. Ceux-ci forment, en association avec le musicien, un système dynamique complexe qui peut rentrer en auto-oscillation sous des conditions bien déterminées liées à l'instrument et à son contrôle par le musicien. Le présent travail s'attache plus spécifiquement à la question de la participation de l'anche dans le processus d'établissement de l'onde acoustique au travers de sa résonance et de sa capacité à générer un débit qui vient s'ajouter au flux entrant créé par le souffle du musicien.

L'influence de ce débit d'anche est étudiée en examinant comme le problème acoustique est modifié par la condition aux limites associée à ce débit à l'extrémité de la colonne d'air située du côté du bec. La déviation des fréquences de résonances de la colonne d'air et l'apparition d'un pôle supplémentaire sont les manifestations de ce débit d'anche. Après l'étude du résonateur augmenté, les seuils d'oscillations du système couplé sont investigués par analyse linéaire de stabilité. La contribution de chaque phénomène est mise en évidence. Des mesures des seuils d'oscillation sont effectuées sur bouche artificielle et sont comparées aux valeurs obtenues numériquement.

Finalement un outil numérique d'étude des auto-oscillations des instruments de musique à anche simple est proposé. Il permet la simulation temporelle du champ de pression dans le résonateur à partir d'une description modale de la colonne d'air et pour des paramètres de contrôle variables au cours du temps.

**Mots-clés :** Acoustique musicale, dynamique d'anche, seuils d'oscillation, simulation temporelle.

---

## Abstract

This document deals with the sound production in single reed woodwind instruments. Those are complex dynamical systems that can auto-oscillate within some conditions on the control of the musician. This work investigates the role of the cane reed in the outset of the acoustic field in the bore, due to its resonance and to the reed motion induced flow.

The influence of this volume flow that is to be summed with the flow coming from the mouth is first used as a boundary condition of the acoustical problem. It causes the shift of the resonance frequency of this augmented bore. Then, oscillation threshold is studied using a linear stability analysis where the effect of a variety of phenomena is exhibited. Measurements on an artificial mouth are compared to this theory.

A numerical tool to investigate auto-oscillations in reed instruments is presented. It turns available the computation of solutions for time-varying control parameters. It makes extensively use of the modal decomposition of the input impedance of the bore.

**Keywords:** Musical acoustics, Reed dynamics, Oscillation threshold, Time-domain simulation.

